# Komentáře k domácímu kolu kategorie Z7

**1.** *Dlouhý, Široký a Bystrozraký změřili svou výšku. Zjistili, že Dlouhý je dvakrát vyšší než Široký, výška Bystrozrakého představuje dvě třetiny výšky Dlouhého, ale přitom je o 44 cm vyšší než Široký. Zjisti, jak vysoký je Dlouhý, Široký i Bystrozraký.*

ŘEŠENÍ. Bystrozraký měří $\frac{2}{3}$, tj. $\frac{4}{6}$ výšky Dlouhého, Široký měří $\frac{1}{2}$, tj. $\frac{3}{6}$ výšky Dlouhého. Bystrozraký je o $\frac{1}{6}$ výšky Dlouhého větší než Široký a z textu víme, že je to 44 cm. Celková výška Dlouhého je tedy $6 \cdot 44 = 264$ cm, Bystrozrakého $4 \cdot 44 = 176$ cm a Širokého $3 \cdot 44 = 132$ cm (je to právě polovina výšky Dlouhého). Dlouhý měří 264 cm, Široký 132 cm a Bystrozraký 176 cm.

**2.** *Je dáno pětimístné číslo dělitelné třemi. Vyškrtnu-li z něj číslice na lichých místech, dostanu dvoumístné číslo. Toto číslo je 67krát menší než číslo získané z původního pětimístného čísla vyškrtnutím číslic na sudých místech. Zjisti, jaké bylo původní pětimístné číslo.*

ŘEŠENÍ. Zkusíme, které dvoumístné číslo po vynásobení číslem 67 dá trojmístné číslo:

a) $10 \cdot 67 = 670\ldots$ pětimístné číslo 61 700, ciferný součet je 14 — není dělitelný třemi, proto nevyhovuje;

b) $11 \cdot 67 = 737\ldots$ pětimístné číslo 71 317, ciferný součet je 19 — není dělitelný třemi, proto nevyhovuje;

c) $12 \cdot 67 = 804\ldots$ pětimístné číslo 81 024, ciferný součet je 15 — je dělitelné třemi;

d) $13 \cdot 67 = 871\ldots$ pětimístné číslo 81 731, ciferný součet je 20 — není dělitelný třemi, proto nevyhovuje;

e) $14 \cdot 67 = 938\ldots$ pětimístné číslo 91 348, ciferný součet je 25 — není dělitelný třemi, proto nevyhovuje;

f) $15 \cdot 67 = 1\,005$, nevyhovuje (nejde o trojmístné číslo).

Původní pětimístné číslo je 81 024.

*Poznámka.* Jednodušší je uvědomit si, že vzniklé dvoumístné číslo musí být dělitelné třemi.

**3.** *V zemi „Číselkovo“ žijí jen přirozená čísla. Muži a chlapci jsou sudá čísla, ženy a dívky jsou lichá čísla. Manželé mají hned po svatbě děti, a to všechna čísla, která dělí jejich součin beze zbytku. Kterého nápadníka z čísel 2, 16, 28, 46 si má vybrat slečna Devítka, jestliže chce mít*

*a) co nejvíce dětí,*

*b) stejný počet dcer jako synů?*

Řešení. 1) Devítka a číslo 2: $9 \cdot 2 = 18$.
Dělitelé čísla 18 („děti“): 1, 2, 3, 6, 9, 18 (3 lichá čísla = „dcery“, 3 sudá = „synové“, 6 „dětí“).

2) Devítka a číslo 16: $9 \cdot 16 = 144$.
Dělitelé čísla 144 („děti“): 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 36, 48, 72, 144 (3 lichá čísla — „dcery“, 12 sudých = „synové“, 15 „dětí“).

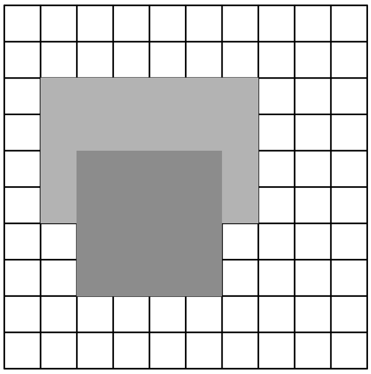
3) Devítka a číslo 28: $9 \cdot 28 = 252$.
Dělitelé čísla 252 („dětí“): 1, 2, 3, 4, 6, 7, 9, 12, 14, 18, 21, 28, 36, 42, 63, 84, 126, 252 (18 „dětí“, 6 lichých čísel = „dcery“, 12 sudých = „synové“).

4) Devítka a číslo 46: $9 \cdot 46 = 414$.
Dělitelé čísla 414: 1, 2, 3, 6, 9, 18, 23, 46, 69, 138, 207, 414 (12 „dětí“, 6 „dcer“, 6 „synů“).

a) Devítka si má vybrat číslo 28 — budou mít 18 dětí.

b) Vybere si č. 2 (3 dcery, 3 synové) nebo 46 (6 dcer a 6 synů).

**4.** *Kamilka při kreslení obdélníků ve čtvercové síti narazila na takovouto zajímavou dvojici: Obdélník s rozměry 6 cm a 4 cm a čtverec se stranou délky 4 cm. Nejdříve zakreslila do sítě obdélník a pak čtverec (obr.). S údivem ve svém obrázku objevila, že obsah nezakryté části obdélníku je roven obsahu čtverce a že nezakrytá část obvodu obdélníku je rovna celému obvodu čtverce. Mezi následujícími obdélníky najdi všechny dvojice, které mají obě vlastnosti Kamilčiných obdélníků: $3 \times 9$, $4 \times 9$, $4 \times 6$ a $5 \times 7$ (v centimetrech).*



Řešení. Pozor, čtverec je zvláštní druh obdélníku.

Úlohu lze řešit experimentálně. Určíme nejprve, že první obdélník musí mít větší obsah.

1. U obdélníku $9 \times 3$ vyzkoušíme obdélník $6 \times 4$.
2. U obdélníku $9 \times 4$ vyzkoušíme obdélníky $9 \times 3$, $6 \times 4$ a $7 \times 5$.
3. U obdélníku $5 \times 7$ vyzkoušíme obdélníky $9 \times 3$ a $6 \times 4$.

Dostaneme jediné řešení: nakreslen je obdélník $9 \times 4$ a pak čtverec $6 \times 6$ tak, že jejich průnikem je obdélník $6 \times 4$.

**5.** *Myška Hryzalka našla cihlu sýra. První den snědla $\frac{1}{8}$, druhý den $\frac{1}{7}$ zbytku, třetí den $\frac{1}{6}$ zbytku a čtvrtý den $\frac{1}{5}$ zbytku. Pak už z cihly zůstala jen krychle s povrchem $150\,\mathrm{cm}^2$. Jaký objem měla původní cihla sýra?*

Řešení.
1. den snědla $\frac{1}{8}$, zbylo $\frac{7}{8}$;
2. den snědla $\frac{1}{7}$ ze $\frac{7}{8}$, tj. $\frac{1}{7} \cdot \frac{7}{8} = \frac{1}{8}$ — zbyde $\frac{6}{8}$;
3. den snědla $\frac{1}{6}$ ze $\frac{6}{8}$, tj. $\frac{1}{6} \cdot \frac{6}{8} = \frac{1}{8}$ — zbyde $\frac{5}{8}$;
4. den snědla $\frac{1}{5}$ z $\frac{5}{8}$, tj. $\frac{1}{5} \cdot \frac{5}{8} = \frac{1}{8}$ — zbydou $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.
Polovina původního sýra je krychle s povrchem $150\,\mathrm{cm}^2$.

$$6a^2 = 150, \quad a^2 = 25, \quad a = 5.$$

Objem této krychle je $a^3 = 125\,\mathrm{cm}^3$.
Původní cihla sýra (dvojnásobná) měla objem $250\,\mathrm{cm}^3$.

**6.** *Archeologové vykopali papyrus se zvláštní tabulkou s výřezem ve tvaru „obráceného Z“ (obrázek). Jde zřejmě o talisman. Měl zajímavou vlastnost: zakroužkujeme-li libovolných pět čísel tak, aby v každém sloupci i řádku bylo zakroužkované právě jedno, a těchto pět čísel sečteme, dostaneme vždy stejný součet. Pokus se zrekonstruovat tento talisman, tzn. doplň čísla na prázdná místa.*

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | | | | 4 |
| | | 3 | 2 | |
| | | | | 9 |
| | 8 | 5 | | |
| 6 | | 7 | | |

Řešení. Příklad je shodný s příkladem Z8–I–6, kde je i komentář řešení.