

II. kolo kategorie Z8

Z8–II–1

Myslím si zlomek. Jeho čítec je o 35 menší než jmenovatel. Součet myšleného zlomku a téhož zlomku v základním tvaru je $\frac{16}{13}$. Který zlomek si myslím?

ŘEŠENÍ. Ze zadání vyplývá, že druhý sčítaný zlomek jsme získali zkrácením prvního. A protože zkrácením zlomku se jeho hodnota nemění, sečetli jsme dvě čísla se stejnou hodnotou. Odtud vypočítáme druhé číslo (zlomek v základním tvaru):

$$\frac{16}{13} : 2 = \frac{8}{13}.$$

Rozdíl jmenovatele a čítele tohoto zlomku je $13 - 8 = 5$. U myšleného čísla je tento rozdíl 7krát větší ($35 : 5 = 7$), což znamená, že musíme získaný zlomek rozšířit sedmi. Myšlený zlomek je $\frac{56}{91}$.

zjištění, že oba zlomky mají stejnou hodnotu – 2 b

výpočet druhého zlomku – 1 b

výpočet myšleného zlomku – 3 b

Z8–II–2

V pohádkovém údolí žili trojhlaví a šestihlaví draci. Dohromady měli 117 hlav a 108 nohou. Každý drak má 4 nohy. Zjistěte, kolik tam žilo trojhlavých a kolik šestihlavých draků.

ŘEŠENÍ. Protože každý drak (trojhlavý i šestihlavý) má 4 nohy, můžeme zjistit celkový počet draků v pohádkovém údolí: $108 : 4 = 27$ draků. Kdyby měl každý drak v údolí tři hlavy, dohromady by měli $3 \cdot 27 = 81$ hlav. To znamená, že zbývajících $117 - 81 = 36$ hlav jsou hlavy, které mají šestihlaví draci „navíc“ oproti drakům trojhlavým. Protože šestihlavý drak má o tři hlavy víc než drak trojhlavý, žije v tomto údolí $36 : 3 = 12$ šestihlavých draků. Trojhlavých draků je $27 - 12 = 15$.

počet všech draků – 2 b

počet tříhlavých draků – 3 b

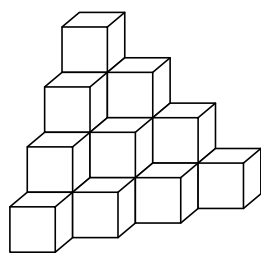
počet šestihlavých draků – 1 b

Z8–II–3

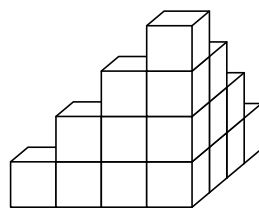
Z krychlí jsme postavili stavbu podobnou té na obrázku, avšak místo čtyř pater jich měla dvacet pět. Pak jsme všechny vnější stěny stavby natřeli barvou. Svislé stěny byly červené a vodorovné stěny byly modré. (Stavba stojí na zemi, podstavu jsme tedy nenatřeli.)

- Kolikrát více jsme spotřebovali červené barvy než modré?
- Kolik stěn krychliček jsme dohromady obarvili?

ŘEŠENÍ. Je důležité si uvědomit, že každou obarvenou stěnu této stavby je možné vidět v některém z následujících pohledů: zepředu, zprava, zezadu, zleva, shora (orientace podle



pohled zepředu



pohled zezadu

stěn krychle na vrcholu stavby). Při každém z těchto pohledů navíc vidíme stejný útvar (až na orientaci), ve kterém jsou všechny čtverce (stěny) obarvené stejnou barvou: v případě uvedených prvních čtyř pohledů červeně, v posledním případě modře. Máme tedy odpověď na první otázku: Protože je počet červeně obarvených stěn čtyřnásobný ve srovnání s počtem modrých stěn, je spotřeba červené barvy čtyřnásobná vzhledem k modré. Při každém z pěti pohledů vidíme $1 + 2 + 3 + \dots + 25 = 325$ stěn, takže dohromady jsme obarvili $5 \cdot 325 = 1\,625$ stěn krychliček.

zjištění, že v uvedených pohledech vidíme stejný tvar – 2b

zdůvodnění čtyřnásobné spotřeby červené barvy – 1b

výpočet počtu obarvených stěn krychliček – 3b