



kterýmkoli z čísel 7, 11, 17 nebo 13, tj. kterýmkoli číslem kromě 19, jež leží na protilehlé stěně k 5.

Hodnocení. 1 bod za dvojice prvočísel; 3 body za úvahu o součtu zapsaných čísel; 2 body za závěr a odpověď.

Z6-II-3

Tři zahradníci měli velkou úrodu mrkve, a tak zkusili mrkve odšťavovat. Pak šťávu nalili do 9 skleniček. Všechny byly plné, každá však měla jiný objem: 1 dl, 2 dl, 3 dl, ..., 9 dl. Chtěli se spravedlivě podělit tak, aby každý dostal stejný počet skleniček i stejně šťávy. Najdi dva způsoby, jak to mohli provést. (M. Volfová)

Možné řešení. Šťávy bylo celkem $1 + 2 + \dots + 9 = 45$ (dl). Každý ze tří zahradníků dostal stejně šťávy, tj. 15 dl ($45 : 3 = 15$), a měl ji ve třech sklenicích ($9 : 3 = 3$). Pro každého zahradníka musíme vyjádřit číslo 15 jako součet tří přirozených čísel menších nebo rovných 9. Žádné dvě z čísel 9, 8 a 7 nemohou být současně v jedné trojici, protože součet čísel této trojice by byl příliš velký. V každé trojici tedy musí být právě jedno z těchto čísel. Ptáme se postupně, ve kterých trojicích se vyskytuje 9, ve kterých 8 a ve kterých 7:

$$\begin{array}{rcl}
 9 + 5 + 1 & 9 + 4 + 2 & \\
 8 + 6 + 1 & 8 + 5 + 2 & 8 + 4 + 3 \\
 & 7 + 6 + 2 & 7 + 5 + 3
 \end{array}$$

Šťávu mezi zahradníky lze nyní rozdělit pouze dvojným způsobem:

- dostane-li jeden $9 + 5 + 1$ (dl), musí dostat druhý $8 + 4 + 3$ (dl) a třetí $7 + 6 + 2$ (dl),
- dostane-li jeden $9 + 4 + 2$ (dl), musí dostat druhý $8 + 6 + 1$ (dl) a třetí $7 + 5 + 3$ (dl).

Poznámka. Žáci mohou nalézt vhodné trojice neuspořádaným experimentováním, příp. mohou předchozí úvahu začít otázkami: ve kterých trojicích se vyskytuje 1, ve kterých 2 a ve kterých 3?

Hodnocení. 1 bod za stanovení celkového množství šťávy; 1 bod za výpočet množství šťávy připadající na jednoho zahradníka; 2 body za vypsání všech přípustných trojic nebo odpovídající zápisy; po 1 bodu za každou vyhovující možnost rozdělení (tj. 2 body za obě možnosti).