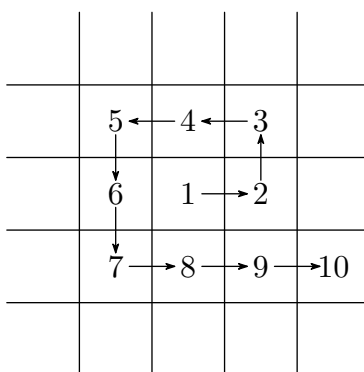


I. kolo kategorie Z5

Z5–I–1

Housenka Leona spadla doprostřed čtvercové sítě. Rozhodla se, že poleze „do spirály“ tak, jak je naznačeno na obrázku; na žádném čtverečku nebude dvakrát a žádný čtvereček nevynechá.



Z prvního čtverečku na druhý lezla směrem na východ, z druhého na třetí směrem na sever, ze třetího na čtvrtý směrem na západ, ze čtvrtého na pátý rovněž na západ, z pátého na šestý na jih. . . Kterým směrem lezla z 81. na 82. čtvereček? (M. Petrová)

Možné řešení. Celou situaci si můžeme představit tak, že housenka Leona oblézá čtverce. Budeme sledovat, na kterém čtverečku v takovém čtverci skončí a kolika čtverečky již prolezla. Důležité je zjistit, který z těchto čtverců obsahuje 81. čtvereček.

1. kolo: Čtvereček s číslem 1 obejde po osmi okolních čtverečcích. Tím již prolezla 9 čtverečků a prolezla tak všechna políčka ve čtverci 3×3 („startovní“ políčko je přesně uprostřed). Nachází se tak na čtverečku u jihovýchodního vrcholu tohoto čtverce. Z něj leze východním směrem.

2. kolo: Nyní oblezla předchozí čtverec po okolních čtverečcích. Tím již prolezla všemi čtverečky čtverce 5×5 , je opět na čtverečku u jihovýchodního vrcholu tohoto čtverce. Toto políčko má tedy číslo 25 a opět z něj do dalšího čtverce vlezá východním směrem.

3. kolo: Opět oblezla předchozí čtverec, takže již prolezla všemi čtverečky ve čtverci 7×7 . Zase skončila na čtverečku u jihovýchodního vrcholu tohoto čtverce. Tento čtvereček má číslo 49 a do dalšího čtverce vylézá východním směrem.

4. kolo: Nyní prolezla všemi čtverečky ve čtverci 9×9 a skončila na čtverečku u jihovýchodního vrcholu čtverce. Tento čtvereček má číslo 81 a zajímá nás, kterým směrem poleze na další čtvereček. Protože odtud přelézá do dalšího čtverce, musí lézt opět východním směrem.

	65	64	63	62	61	60	59	58	57
	66	37	36	35	34	33	32	31	56
	67	38	17	16	15	14	13	30	55
	68	39	18	5	4	3	12	29	54
	69	40	19	6	1	2	11	28	53
	70	41	20	7	8	9	10	27	52
	71	42	21	22	23	24	25	26	51
	72	43	44	45	46	47	48	49	50
	73	74	75	76	77	78	79	80	81
									82

Jiné řešení. Políček je sice dost, ale pořád se dá Leonina cesta nakreslit:

	65	64	63	62	61	60	59	58	57
	↓	66	37	36	35	34	33	32	31
	↓	↓	67	38	17	16	15	14	13
	↓	↓	↓	68	39	18	5	4	3
	↓	↓	↓	↓	69	40	19	6	1
	↓	↓	↓	↓	↓	2	11	28	53
	↓	↓	↓	↓	↓	↓	10	27	52
	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	26	51
	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	72
	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	71
	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	70
	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	73
	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	74
	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	75
	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	76
	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	77
	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	78
	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	79
	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	80
	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	81
	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	82

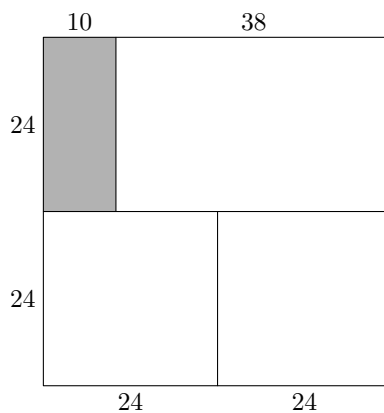
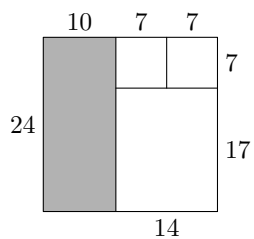
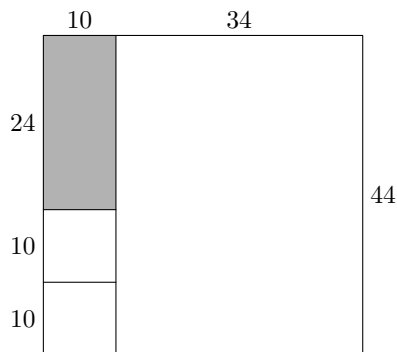
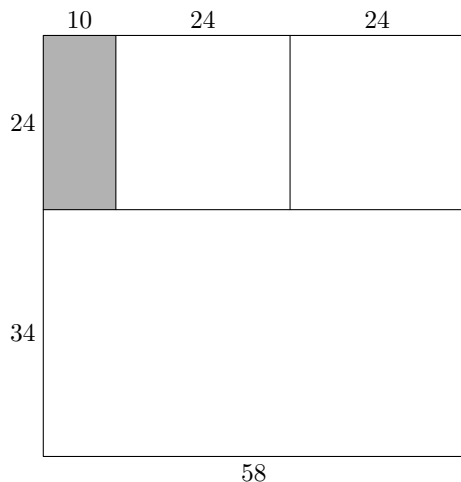
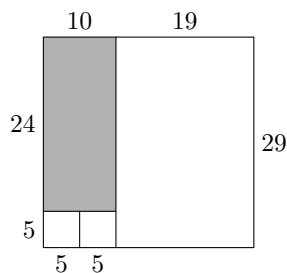
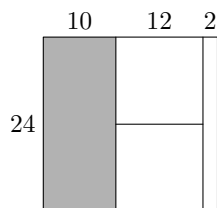
Leona lezla z 81. na 82. políčko směrem na východ.

Z5-I-2

Míša si z papíru vystřihla dva stejné čtverce, jeden obdélník o rozměrech 10 cm × 24 cm a ještě jeden obdélník. Jaké rozměry mohl mít tento obdélník, pokud šlo ze všech čtyř útvarů složit čtverec, aniž by se jednotlivé díly překrývaly? Takových obdélníků lze nalézt několik, uveď alespoň čtyři. (L. Šimůnek)

Možné řešení. Při hledání možných rozměrů čtvrtého útvaru je výhodné postupovat takto: Nejprve k obdélníku s rozměry 10 cm × 24 cm vhodně zvolíme umístění a velikost dvou stejných čtverců, přičemž si uvědomujeme, že nejdelší strana obrazce vzniklého z těchto

tří útvarů musí být zároveň stranou výsledného čtverce. Se znalostí délky této strany pak rozměry čtvrtého útvaru snadno spočítáme.



Rozměry čtvrtého útvaru v cm mohly být 2×24 , 19×29 , 34×58 , 34×44 , 14×17 nebo 24×38 . Jiné rozměry tento obdélník mít nemohl.

Poznámka. Práci se 4 až 6 možnostmi ohodnoťte 1 — výborně, práci se 2 až 3 možnostmi ohodnoťte 2 — dobře. Uvede-li řešitel pouze jedinou možnost, ohodnoťte takové řešení 3 — nevyhovuje.

Z5–I–3

Vyřeš následující algebrogram a najdi všechna řešení. Stejná písmena nahraď stejnými číslicemi, různá různými.

$$\begin{array}{r}
 OSEL \\
 SEL \\
 EL \\
 L \\
 \hline
 10034
 \end{array}$$

(*M. Volfová*)

Možné řešení. Diskusi začneme od jednotek: Součet čtyř L končí číslicí 4, což je možné pouze pro $L = 1$ ($4 \cdot 1 = 4$) nebo pro $L = 6$ ($4 \cdot 6 = 24$). Kdyby $L = 1$, pak by součet u desítek, tj. součet tří E , končil číslicí 3. To by bylo možné jen pro $E = 1$. To však nelze, protože pak by dvě různá písmena L a E byla nahrazena stejnou číslicí 1. L tedy musí být 6.

Pro $L = 6$ je $4 \cdot L = 4 \cdot 6 = 24$; dvě (desítky) připočítáme ke třem E a máme získat číslo, které končí číslicí 3. To znamená, že $3 \cdot E$ končí číslicí 1, a to je možné jen pro $E = 7$.

Pro $E = 7$ je $2 + 3 \cdot E = 2 + 3 \cdot 7 = 23$; dvojku připočítáme k vyššímu řádu, tj. ke dvěma S , a máme získat číslo, které končí číslicí 0. To znamená, že $2 \cdot S$ končí číslicí 8, což je možné pouze tehdy, když $S = 4$ nebo $S = 9$.

a) Pokud $S = 4$, pak $2 + 2 \cdot S = 2 + 2 \cdot 4 = 10$; jedničku připočítáme k O a máme dostat 10. O tedy musí být 9 a řešení je

$$\begin{array}{r}
 9476 \\
 476 \\
 76 \\
 6 \\
 \hline
 10034
 \end{array}$$

b) Pokud $S = 9$, pak $2 + 2 \cdot S = 2 + 2 \cdot 9 = 20$; dvojku připočítáme k O a máme dostat 10. O tedy musí být 8 a řešení je

$$\begin{array}{r}
 8976 \\
 976 \\
 76 \\
 6 \\
 \hline
 10034
 \end{array}$$

Poznámka. Práci obsahující pouze jedno řešení ohodnoťte 2 — dobře.

Z5–I–4

Nina dostala od paní učitelky následující kartičky:

17	: 6	-4	· 3	+1	: 4
----	-----	----	-----	----	-----

Má z nich všech sestavit příklad pro své spolužáky. Pomoz Nině a sestav jeden takový příklad tak, aby každé dělení vyšlo beze zbytku. Jaký bude výsledek? (M. Petrová)

Možné řešení. Příklad musí začínat kartičkou s číslem 17. Je zřejmé, že jako druhá nemůže být žádná kartička s dělením. Budeme proto postupně zkoušet zbývající tři kartičky. V následující tabulce jsou uvedeny všechny možnosti včetně neúspěšných pokusů; čísla v závorkách ukazují mezivýsledky.

17	-4 (13)	·3 (39)	+1 (40)	: 6 nelze	
17	-4 (13)	·3 (39)	+1 (40)	: 4 (10)	: 6 nelze
17	-4 (13)	·3 (39)	: 4 a 6 nelze		
17	-4 (13)	+1 (14)	·3 (42)	: 6 (7)	: 4 nelze
17	-4 (13)	+1 (14)	·3 (42)	: 4 nelze	
17	-4 (13)	+1 (14)	: 4 a 6 nelze		
17	-4 (13)	: 4 a 6 nelze			
17	·3 (51)	-4 (47)	+1 (48)	: 6 (8)	: 4 (2)
17	·3 (51)	-4 (47)	+1 (48)	: 4 (12)	: 6 (2)
17	·3 (51)	-4 (47)	: 4 a 6 nelze		
17	·3 (51)	+1 (52)	-4 (48)	: 6 (8)	: 4 (2)
17	·3 (51)	+1 (52)	-4 (48)	: 4 (12)	: 6 (2)
17	·3 (51)	+1 (52)	: 6 nelze		
17	·3 (51)	+1 (52)	: 4 (13)	-4 (9)	: 6 nelze
17	·3 (51)	+1 (52)	: 4 (13)	: 6 nelze	
17	·3 (51)	: 4 a 6 nelze			
17	+1 (18)	-4 (14)	·3 (42)	: 6 (7)	: 4 nelze
17	+1 (18)	-4 (14)	·3 (42)	: 4 nelze	
17	+1 (18)	-4 (14)	: 4 a 6 nelze		
17	+1 (18)	·3 (54)	-4 (50)	: 4 a 6 nelze	
17	+1 (18)	·3 (54)	: 6 (9)	-4 (5)	: 4 nelze
17	+1 (18)	·3 (54)	: 6 (9)	: 4 nelze	
17	+1 (18)	·3 (54)	: 4 nelze		
17	+1 (18)	: 6 (3)	-4 nelze		
17	+1 (18)	: 6 (3)	·3 (9)	-4 (5)	: 4 nelze
17	+1 (18)	: 6 (3)	·3 (9)	: 4 nelze	
17	+1 (18)	: 6 (3)	: 4 nelze		
17	+1 (18)	: 4 nelze			

Nina má pouze čtyři možnosti, jak z kartiček sestavit příklad; tyto jsou v předchozí tabulce zvýrazněny tučně, ve všech případech je výsledek 2.

Poznámka. Děti si mohou dané kartičky vyrobit z papíru a pak je zkoušet různě uspořádat. Řešení, ve kterém byl zkoušením nalezen jeden z výše uvedených příkladů a tento příklad je správně vypočítán, považujte za správné a úplné.

Z5-I-5

Naše tři třídy, celkem 84 žáků, šly do kina. Lístek sice stál 50 Kč, ale každý 12. žák měl poloviční slevu a každý 35. vstup zdarma. Kolik stálo vstupné pro všechny žáky?

(M. Volfová)

Možné řešení. Protože $84 : 12 = 7$, mělo 7 žáků poloviční slevu, tj. lístek za 25 Kč. Protože $84 : 35 = 2$ (zbytek 14), měli 2 žáci vstup zdarma. Dohromady vstupenky stály

$$7 \cdot 25 + 2 \cdot 0 + (84 - 7 - 2) \cdot 50 = 175 + 0 + 75 \cdot 50 = 3925 \text{ (Kč)}.$$

Z5-I-6

Kluci našli starý plán minového pole, viz obrázek. Čísla jsou na polích, kde žádné miny nejsou, a udávají počet zaminovaných sousedících polí. Urči, kolik je v poli celkem min a kde jsou. (Pole sousedí tehdy, mají-li společný vrchol nebo stranu.)

1		2		2
	3		3	
3				3
	2			
			2	

(M. Volfová)

Možné řešení. Plán můžeme začít jednoznačně doplňovat jedinečně od pole s číslem 3 v prvním sloupci nebo od pole s číslem 2 v pravém horním rohu. V obou případech musí být na všech neoznačených sousedních polích miny (ozn. *):

1		2	*	2
*	3		3	*
3	*			3
*	2			
			2	

Potom lze doplnit všechna ostatní pole např. následujícím způsobem:

1	–	2	*	2
*	3		3	*
3	*			3
*	2			
			2	

1	–	2	*	2
*	3		3	*
3	*	–		3
*	2	–		
–	–	–	2	

1	–	2	*	2
*	3	*	3	*
3	*	–		3
*	2	–		
–	–	–	2	

1	-	2	*	2
*	3	*	3	*
3	*	-	-	3
*	2	-		
-	-	-	2	

1	-	2	*	2
*	3	*	3	*
3	*	-	-	3
*	2	-	*	*
-	-	-	2	

1	-	2	*	2
*	3	*	3	*
3	*	-	-	3
*	2	-	*	*
-	-	-	2	-

Na plánu je celkem 8 min, jejichž rozmístění je ještě zvýrazněno na následujícím obrázku:

			*	
*		*		*
	*			
*			*	*