II. kolo kategorie Z5

Z5–II–1

Vojta si koupil 24 stejných čtvercových dlaždic. Hrana každé dlaždice měřila 40 cm. Vojta z nich chtěl sestavit před chatku obdélníkovou plošinu s nejmenším možným obvodem. Kolik metrů měřil obvod vydlážděného obdélníku, když žádná dlaždice nezbyla? Vojta dlaždice neřezal ani jinak nelámal. (*L. Hozová*)

Možné řešení. Projdeme postupně všechny možnosti; u každé uvedeme rozměry takového obdélníku v „dlaždicích“ a dále obvod v „dlaždicích“, resp. ve „stranách dlaždic“:

- rozměry: 1×24, obvod: $2 \cdot (1 + 24) = 50$,
- rozměry: 2×12, obvod: $2 \cdot (2 + 12) = 28$,
- rozměry: 3×8, obvod: $2 \cdot (3 + 8) = 22$,
- rozměry: 4×6, obvod: $2 \cdot (4 + 6) = 20$.

Je zřejmé, že nejmenší obvod vyjádřený v centimetrech/metrech musí být zároveň nejmenší i při vyjádření v „dlaždicích“. Nejmenší obvod dostáváme ve čtvrtém případě — 20 dlaždic. Jestliže je strana jedné dlaždice dlouhá 40 cm, pak 20 takových stran měří dohromady $20 \cdot 40 = 800$ (cm). Obvod vydlážděného obdélníku měřil 8 metrů.

Hodnocení. 1 bod za myšlenku řešení; po 1 bodu za každou správně uvedenou a rozebranou možnost; 1 bod za výsledek.

Neuvede-li řešitel všechny možnosti a nevysvětlí, proč některé z nich vynechal (např. u první možnosti, že je obvod příliš dlouhý v porovnání s ostatními obvody), může získat nejvýše 4 body, a to i tehdy, uvede-li správný výsledek.

Z5–II–2

Loupežník Rumcajs učí Cipíska psát čísla. S psaním začali od jedničky a psali bezprostředně po sobě jdoucí přirozená čísla. Cipíska to příliš nebavilo, žadonil, aby toho už nechali. Rumcajs se nechal přemluvit a slíbil, že až bude mít Cipísek v napsaných číslech dohromady 35 nul, psaní ukončí. Které číslo Cipísek napíše jako poslední? (*M. Krejčová*)

Možné řešení. Vypsáním jednomístných čísel žádnou nulu nezískáme.
Dvojmístná čísla obsahující nulu jsou:

10, 20, …, 90 9 nul

Trojmístná čísla obsahující nulu jsou:

100	2 nuly	(celkem 11 nul)
101, 102, …, 109	9 nul	(celkem 20 nul)
110, 120, …, 190	9 nul	(celkem 29 nul)
200	2 nuly	(celkem 31 nul)
201, 202, 203, 204	4 nuly	(celkem 35 nul)

Cipísek napsal jako poslední číslo 204.

Jiné řešení. Postupně vypisujeme ta čísla, která obsahují aspoň jednu nulu. V závorce za každým z nich je uvedeno, kolik nul celkem jsme již napsali, když jsme dopsali příslušné číslo.

10 (1), 20 (2), 30 (3), 40 (4), 50 (5), 60 (6), 70 (7), 80 (8), 90 (9), 100 (11), 101 (12), 102 (13), 103 (14), 104 (15), 105 (16), 106 (17), 107 (18), 108 (19), 109 (20), 110 (21), 120 (22), 130 (23), 140 (24), 150 (25), 160 (26), 170 (27), 180 (28), 190 (29), 200 (31), 201 (32), 202 (33), 203 (34), 204 (35).

Cipískovo poslední napsané číslo bylo 204.

Hodnocení. 1 bod za určení počtu nul v číslech 1 až 99; 4 body za počty nul v trojmístných číslech; 1 bod za poznatek, že 35. nula je v čísle 204.

Pokud řešitel nějakou nulu přehlédne, strhněte bod, pokud by takových přehlédnutí bylo víc, udělte nejvýše 4 body.

Z5–II–3

Na drátě sedí 9 vlaštovek v pravidelných vzdálenostech od sebe. Vzdálenost první a poslední vlaštovky je 720 cm.

- Jaká je vzdálenost sousedních vlaštovek?
- Kolik by na drátě sedělo vlaštovek, kdyby mezi každé dvě již sedící vlaštovky sedly další tři?

(*M. Krejčová*)

Možné řešení. Mezi devíti vlaštovkami je pouze 8 mezer.

1. Vzdálenost sousedních vlaštovek je $720 : 8 = 90$ (cm).

2. Kdyby do každé z osmi mezer přisedly 3 nové vlaštovky, přisedlo by celkem $8 \cdot 3 = 24$ vlaštovek. Na drátě by potom sedělo $9 + 24 = 33$ vlaštovek.

Hodnocení. 1 bod za poznatek o počtu mezer; 2 body za první část; 3 body za druhou část úlohy.