

## II. kolo kategorie Z5

## Z5-II-1

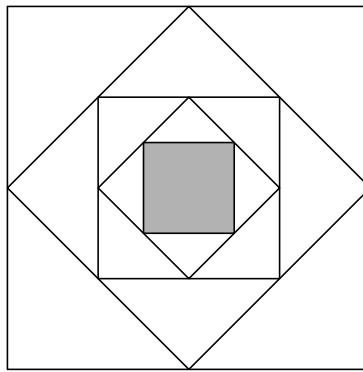
Zahradník pan Malina prodával jahody. V posledních devíti bedničkách měl po řadě 28, 51, 135, 67, 123, 29, 56, 38 a 79 sazenic jahod. Prodával celé bedničky, žádné sazenice z bedniček nevytahoval. Zahradník chtěl rozprodat bedničky třem zákazníkům tak, aby mu nic nezbylo a aby všichni tito zákazníci měli stejný počet sazenic.

Jak to mohl udělat? Uveďte dvě možnosti. (L. Hozová)

## Z5-II-2

Do čtverce jsou vepsány menší čtverce, a to vždy tak, že vrcholy menšího čtverce jsou ve středech stran většího čtverce, viz obrázek. Šedě vybarvený čtverec má obsah  $1 \text{ cm}^2$ .

Určete obvod největšího čtverce. (E. Semerádová)

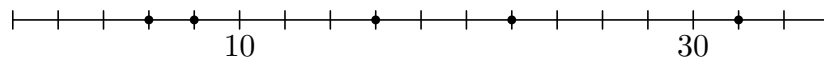


## Z5-II-3

Na obrázku je číselná osa s vyznačenými čísly 10 a 30 a dalšími bezejmennými body představujícími celá čísla. Janek si na této ose tečkami vyznačil svoje oblíbené číslo a další čtyři čísla, o kterých víme, že

- jedno je polovinou Jankova čísla,
- jedno je o 6 větší než Jankovo číslo,
- jedno je o 10 menší než Jankovo číslo,
- jedno je dvakrát větší než Jankovo číslo.

Zjistěte, které číslo je Jankovo oblíbené. (S. Bednářová)



Okresní kolo kategorie Z5 se koná **29. ledna 2020** tak, aby začalo nejpozději v 10 hodin dopoledne a aby soutěžící měli na řešení úloh 90 minut čistého času. Za každou úlohu může soutěžící získat 6 bodů, úspěšným řešitelem je ten žák, který získá 9 a více bodů. Povolené pomůcky jsou psací a rýsovací potřeby, školní matematické tabulky. Kalkulátory povoleny nejsou. Mobilní telefony musí být vypnuty.

## II. kolo kategorie Z5

## Z5–II–1

Zahradník pan Malina prodával jahody. V posledních devíti bedničkách měl po řadě 28, 51, 135, 67, 123, 29, 56, 38 a 79 sazenic jahod. Prodával celé bedničky, žádné sazenice z bedniček nevytahoval. Zahradník chtěl rozprodat bedničky třem zákazníkům tak, aby mu nic nezbylo a aby všichni tito zákazníci měli stejný počet sazenic.

Jak to mohl udělat? Uveďte dvě možnosti. (L. Hozová)

**Možné řešení.** Součet všech sazenic byl 606. Tedy každý ze tří zákazníků měl dostat 202 sazenic.

Počty sazenic v jednotlivých bedničkách lze rozdělit do tří skupin se součtem 202 několika způsoby:

- |    |              |              |                   |
|----|--------------|--------------|-------------------|
| a) | $135+67,$    | $123+79,$    | $56+51+38+29+28,$ |
| b) | $135+38+29,$ | $123+51+28,$ | $79+67+56,$       |
| c) | $135+38+29,$ | $123+79,$    | $67+56+51+28,$    |
| d) | $135+67,$    | $123+51+28,$ | $79+56+38+29.$    |

Tato rozdělení odpovídají možnostem, jak mohl zahradník rozprodat svoje bedničky.

**Hodnocení.** 2 body za celkový součet a zjištění, že každý měl dostat 202 sazenic; po 2 bodech za každé ze dvou správných rozdělení.

**Poznámky.** Při ručním zkoušení možností je vhodné začínat s většími čísly.

Uvedená čísla je možné rozdělit do tří skupin se stejným součtem, aniž by bylo nutné předem určovat celkový součet. Tento postřeh zohledněte při hodnocení.

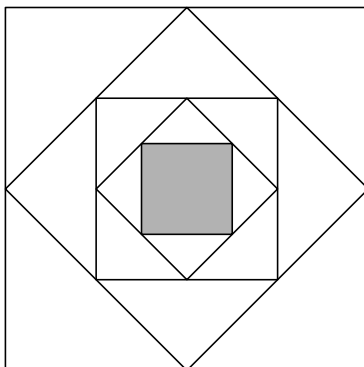
V každém z uvedených případů je možné uvažovat šest možných přiřazení třech skupin bedniček třem zákazníkům. Řešení založené na této myšlence považujte také za správné.

**Z5-II-2**

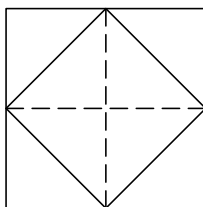
Do čtverce jsou vepsány menší čtverce, a to vždy tak, že vrcholy menšího čtverce jsou ve středech stran většího čtverce, viz obrázek. Šedě vybarvený čtverec má obsah  $1 \text{ cm}^2$ .

Určete obvod největšího čtverce.

(*E. Semerádová*)



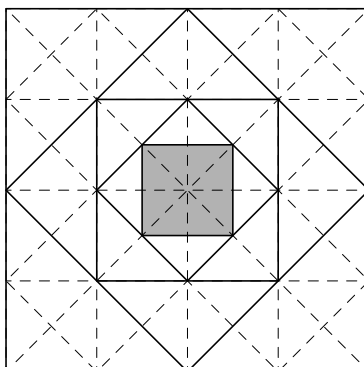
**Možné řešení.** Pro dvojici čtverců, z nichž jeden má vrcholy ve středech stran druhého, platí, že větší čtverec má dvojnásobný obsah vzhledem k menšímu čtverci:



Menší čtverec je totiž svými úhlopříčkami rozdělen na čtyři shodné trojúhelníky a tyto trojúhelníky jsou shodné se čtyřmi trojúhelníky, které patří do většího, ale nikoli do menšího čtverce.

Čtverce v zadání mají postupně (od nejmenšího) obsahy 1, 2, 4, 8 a  $16 \text{ cm}^2$ . Tedy strana největšího čtverce měří 4 cm a jeho obvod je 16 cm.

**Jiné řešení.** S odkazem na tentýž poznatek jako v předchozím řešení je možné čtverce v zadání rozdělit na navzájem shodné části takto:



Odtud vyplývá, že strana největšího čtverce má čtyřnásobnou délku vzhledem k nejmenšímu, tj. 4 cm. Tedy obvod největšího čtverce je 16 cm.

**Hodnocení.** 3 body za určení vztahů mezi čtverci; 3 body za určení obvodu největšího čtverce.

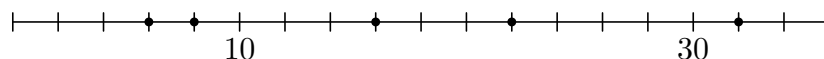
### Z5–II–3

Na obrázku je číselná osa s vyznačenými čísly 10 a 30 a dalšími bezejmennými body představujícími celá čísla. Janek si na této ose tečkami vyznačil svoje oblíbené číslo a další čtyři čísla, o kterých víme, že

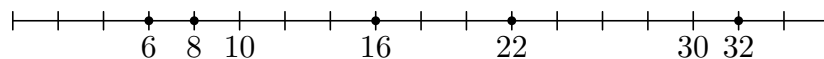
- jedno je polovinou Jankova čísla,
- jedno je o 6 větší než Jankovo číslo,
- jedno je o 10 menší než Jankovo číslo,
- jedno je dvakrát větší než Jankovo číslo.

Zjistěte, které číslo je Jankovo oblíbené.

(S. Bednářová)



**Možné řešení.** Mezi čísly 10 a 30 je 10 dílků. Tedy jeden dílek má délku 2 a tečkami vyznačená čísla jsou po řadě 6, 8, 16, 22 a 32.



Ze zadání vyplývá, že mezi těmito pěti čísly jsou dvě menší a dvě větší než Jankovo oblíbené číslo. Tedy Jankovo číslo musí být 16:

- 8 je polovinou 16,
- 22 je o 6 větší než 16,
- 6 je o 10 menší než 16,
- 32 je dvakrát větší než 16.

**Hodnocení.** 3 body za určení čísel vyznačených tečkami; 3 body za určení Jankova oblíbeného čísla (z toho 1 bod za kontrolu všech podmínek ze zadání).