

## I. kolo kategorie Z5

## Z5–I–1

Pan Krbec s kocourem Kokešem prodávali na hradě Kulíkově vstupenky. V sobotu prodali 210 dětských vstupenek po 25 groších a také nějaké vstupenky pro dospělé po 50 groších. Celkem za ten den utržili 5 950 grošů.

Kolik prodali vstupenek pro dospělé? (M. Krejčová)

**Nápověda.** Kolik vybrali za vstupenky pro dospělé?

**Možné řešení.** Pan Krbec s kocourem Kokešem za dětské vstupenky vybrali celkem  $210 \cdot 25 = 5\,250$  grošů. Za vstupenky pro dospělé utržili  $5\,950 - 5\,250 = 700$ . Těchto vstupenek tedy prodali  $700 : 50 = 14$  kusů.

## Z5–I–2

Děti na táboře házely hrací kostkou a podle výsledků plnily následující úkoly:

1	jděte 1 km na západ
2	jděte 1 km na východ
3	jděte 1 km na sever
4	jděte 1 km na jih
5	stůjte na místě
6	jděte 3 km na sever

Po pěti hodech bylo Markovo družstvo 1 km východně od startu.

1. Jakou trasu mohlo Markovo družstvo projít? Naznačte alespoň čtyři možnosti.
2. Jaký mohl být celkový součet všech čísel, která tomuto družstvu padla? Určete všechny možnosti.

(E. Semerádová)

**Nápověda.** Které kombinace hodů se ve svých následcích vzájemně vyruší?

**Možné řešení.** Protože Markovo družstvo skončilo 1 km východně od startu, musela jim alespoň jednou padnout dvojka. Ostatní čtyři hody musely být takové, že po splnění odpovídajících úkolů bylo družstvo na původním místě (např. 3 km na sever a 3 km na jih). Všechny takové čtveřice hozených čísel jsou — až na pořadí — následující:

1 1 2 2, 1 2 3 4, 1 2 5 5, 3 3 4 4, 3 4 5 5, 4 4 4 6, 5 5 5 5.

Spolu s výše uvedenou dvojkou dostáváme všechny možné součty čísel, která mohla tomuto družstvu padnout:

8, 12, 15, 16, 19, 20, 22.

Možných tras, které mohlo Markovo družstvo projít, je nepřeborné množství. Např. pětice hodů 2 4 4 4 6 odpovídá trase 1 km na východ, třikrát 1 km na jih a 3 km na sever. Záměnou pořadí těchto hodů lze získat dalších 19 možností, celkem 20 různých tras. V ostatních případech to je obdobné, akorát se může stát, že různá pořadí představují jen různé způsoby projití téže trasy (viz např. pořadí 1 2 1 2 2, 2 1 1 2 2, 1 2 2 1 2). Pokud se v pětici hozených čísel vyskytuje 5 (stání na místě), počty možných tras se významně snižují.

### Z5–I–3

Pan režisér Alík potřeboval do televizní pohádky čtyři psy. Dostal nabídku z Řecka, Belgie, Irska a z Dolní Lhoty. Vybral ovčáka, dalmatina, vlkodava a jezevčíka, každého z jiné země, s různým jménem a různým věkem.

- Nejstarší ze psů byl jezevčík, bylo mu 5 let.
- Bucki byl z nich druhý nejmladší.
- Vlkodav pocházel z Irska.
- Pes z Dolní Lhoty se jmenoval Punťa.
- Oddi oslavil včera své čtvrté narozeniny.
- Ovčák pocházel z Belgie.
- Rubby nebyl dalmatin.
- Vlkodav měl tři roky.
- Nejmladší z vybraných psů byl Rubby, byly mu dva roky.

Zjistěte, jak se každý vybraný pes jmenoval, odkud pocházel, jaké byl rasy a kolik mu bylo let. (L. Hozová)

**Nápověda.** Seřadte si psy podle jejich věku.

**Možné řešení.** U každého psa sledujeme čtyři znaky, u každého znaku rozlišujeme čtyři možnosti. Podle informací ze zadání můžeme začít přiřazovat možnosti např. podle stáří:

věk	2 roky	3 roky	4 roky	5 let
rasa		vlkodav		jezevčík
jméno	Rubby	Bucki	Oddi	
země				

Tímto se nepřímo dozvídáme, že vlkodav se jmenoval Bucki. Z textu navíc víme, že vlkodav pocházel z Irska, identifikace jednoho z vybraných psů je tedy úplná.

Při druhém čtení si všimáme, že Rubby nebyl dalmatin, tedy to byl ovčák (z předchozího víme, že to nebyl vlkodav ani jezevčík). Dále ovčák pocházel z Belgie, tedy identifikace dalšího psa je úplná.

Mezi rasami, resp. jmény nyní umíme doplnit poslední chybějící možnost: Oddi — dalmatin, resp. jezevčík — Punťa.

Poslední informace ze zadání, kterou jsme zatím nepoužili, říká, že Punťa byl z Dolní Lhoty. Dalmatin Oddi tedy pocházel z Řecka a výsledné přiřazení vypadá

takto:

věk	2 roky	3 roky	4 roky	5 let
rasa	ovčák	vlkodav	dalmatin	jezevčík
jméno	Rubby	Bucki	Oddi	Punťa
země	Belgie	Irsko	Řecko	Dolní Lhota

#### Z5-I-4

Maminka uvařila domácí rybízovou šťávu a nalévala ji do lahví. Lahve měla dvojí: malé s objemem 500 ml a velké s objemem 750 ml. Nakonec jí zbylo 12 malých lahví prázdných, ostatní lahve byly zcela naplněné. Poté maminka zjistila, že mohla šťávu nalévat tak, aby jí zbyly prázdné pouze velké lahve a všechny ostatní byly zcela naplněné.

Kolik prázdných lahví by jí v takovém případě zbylo? (M. Petrová)

**Nápověda.** Kolik šťávy mamince chybělo k naplnění všech lahví?

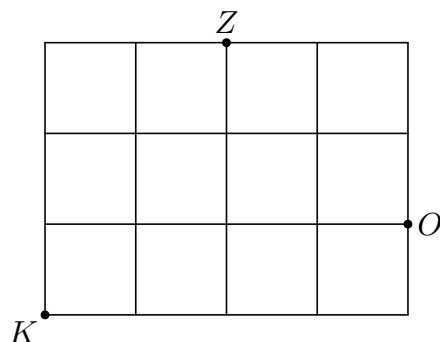
**Možné řešení.** Mamince zbylo nenaplněných 12 lahví, každá s objemem 500 ml. Do nich by se vešlo 6 000 ml šťávy ( $12 \cdot 500 = 6\,000$ ).

Stejné množství by se vešlo do 8 velkých lahví ( $6\,000 : 750 = 8$ ). Kdyby maminka nalévala šťávu druhým způsobem, zbylo by jí 8 prázdných velkých lahví.

**Poznámka.** Jedna velká lahev má stejný objem jako jeden a půl malé lahve čili dvě velké lahve mají stejný objem jako tři malé. Podle tohoto návodu lze lahve vhodně zaměňovat a vyhnout se počítání s velkými čísly: 12 malých lahví má stejný objem jako 8 velkých.

#### Z5-I-5

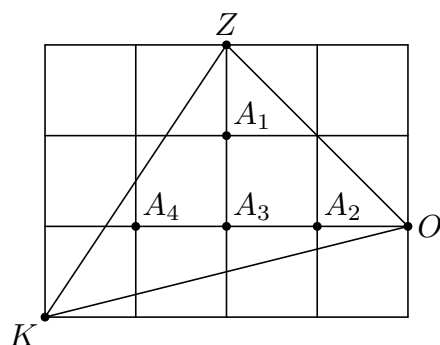
Ve čtvercové síti se čtverečky o rozměrech  $1\text{ cm} \times 1\text{ cm}$  jsou vyznačeny tři uzlové body  $K$ ,  $O$  a  $Z$ . Určete uzlový bod  $A$  tak, aby obsah čtyřúhelníku  $KOZA$  byl  $4\text{ cm}^2$ . (E. Semerádová)



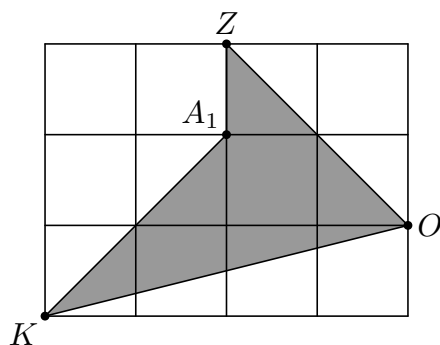
**Nápověda.** Určete nejprve obsah trojúhelníku  $KOZ$ .

**Možné řešení.** Obsah trojúhelníku  $KOZ$  je roven rozdílu obsahu okolního obdélníku a třech rohových trojúhelníků, tedy  $12 - 2 - 2 - 3 = 5\text{ (cm}^2\text{)}$ . Protože obsah čtyřúhelníku

$KOZA$  má být  $4\text{ cm}^2$ , tedy méně než obsah trojúhelníku  $KOZ$ , musí bod  $A$  ležet uvnitř tohoto trojúhelníku. Takové body jsou čtyři:



Obsahy odpovídajících čtyřúhelníků jsou navzájem různé, tedy nemůže vyhovovat víc než jeden z vyznačených bodů. Obdobným výpočtem jako na začátku zjišťujeme, že obsah  $4\text{ cm}^2$  má čtyřúhelník  $KOZA_1$ .



**Poznámka.** Obsahy ostatních tří čtyřúhelníků jsou  $1,5\text{ cm}^2$ ,  $3\text{ cm}^2$  a  $4,5\text{ cm}^2$ .

Způsob vykrojení čtyřúhelníku z daného trojúhelníku je určen značením vrcholů a souvisejícími zvyklostmi. Kromě čtyřúhelníku  $KOZA_1$  existují další čtyřúhelníky s obsahem  $4\text{ cm}^2$  a s vyznačenými body jako vrcholy:  $KOA_1Z$ ,  $KOA_2Z$  a  $KA_3OZ$ .

### Z5–I–6

Myslím si pětimístné číslo tvořené sudými číslicemi. Pokud prohodím číslici na třetím místě s jakoukoliv jinou, číslo se zmenší. Dále prozradím, že první číslice je dvojnásobkem poslední a druhá číslice je dvojnásobkem předposlední.

Jaké číslo si myslím? (M. Mach)

**Nápověda.** Umíte porovnat třetí číslici s ostatními?

**Možné řešení.** Číslo je tvořeno sudými číslicemi, tj. číslicemi 0, 2, 4, 6, 8, ne nutně všemi.

Vlastnost s prohazováním číslic znamená, že číslice na třetím místě je menší než kterákoli z předchozích číslic a současně větší než kterákoli z následujících.

Na prvních dvou místech jsou sudé číslice, které jsou dvojnásobky jiných sudých číslic, tj. některé z 0, 4, 8.

Mezi 0 a 0, ani mezi 4 a 2 nelze vložit žádné sudé číslo, které by bylo menší než první a současně větší než druhé. Jediné myslitelné číslo tedy je 88644.