Projev předsedy Ústřední komise MO při slavnostním zahájení ústředního kola 64. ročníku MO v Praze 22. března 2015

Dámy a pánové, vážení hosté, milí soutěžící,

dříve než pronesu očekávanou větu o oficiálním zahájení této olympiády, dovolte mi, abych ve svém projevu, připraveném pro tuto slavnostní příležitost, vzpomenul některé momenty z historie naší soutěže. Při jejich výběru jsem se neřídil, jak je v takové situaci obvyklé, kulatými výročími té které dílčí události nebo životními jubilei jejich aktérů. Jako matematika mne ke kompozici dnešního projevu inspirovala skutečnost, že v roce s pořadovým číslem 2015 se koná ústřední kolo matematické olympiády s pořadovým číslem 64, číslem, jež je šestou mocninou dvojky. Za objev krásné souvislosti obou zmíněných čísel vděčíme pražským organizátorům, kteří ji vtělili do loga právě zahajované akce v podobě mocniny

$$2^6 = 2^{0+1+5}.$$

Milí pražští přátelé, nejen za tuto třešničku, ale i za celé týdenní setkání, které jste, obrazně řečeno, jako lákavý dort upekli, vám již teď velice děkuji, a to jak jménem svým, tak i jménem letošních soutěžících. Činím tak poslední dobou každoročně, neboť stejně jako letos v Praze, i ve všech krajích České republiky našla naše soutěž obětavé a nadšené vrchní kuchaře a jejich asistenty, kteří byli schopni sehnat náležité ingredience a upéct finálový dort té nejvyšší labužnické úrovně.
Proto teď velice rád podávám stručnou cestovní zprávu, že ústřední kolo MO po 14 letech doputovalo trasou, které v teorii grafů říkáme uzavřená hamiltonovská cesta, po všech našich krajích z Prahy zpět do Prahy. Zastávkami na této okružní cestě, vesměs velice zdařilými, byly postupně Litomyšl, Liberec, Přerov, Benešov, Litoměřice, Zlín, České Budějovice, Plzeň, Cheb, Brno, Hradec Králové, Jihlava a Ostrava.

Tradice putování ústředních kol MO započala již v dobách někdejšího Československa, ne však od prvních ročníků naší soutěže. V důsledku toho tvrzení

Finále MO s pořadovým číslem 2^n *se konalo v Praze,*

jehož platnost pro $n = 6$ se právě nyní naplňuje, platí i pro čtyři z předchozích šesti hodnot n, totiž pro n rovná 0, 1, 2 a 3. Prvních deset ročníků MO totiž vždy vrcholilo v Praze. Předpokládám však, že u finále s pořadovými čísly 1, 2, 4 a 8 jejich aktéři, ať už soutěžící nebo organizátoři, na dotyčnou mocninu dvojky asi nepomysleli, nevím ani, zda to někoho napadlo u 16. ročníku MO, jehož finále proběhlo v květnu roku 1967 v Plzni. Jeho absolutním vítězem se tehdy stal Pavel Vejvoda, student Gymnázia Wilhema Piecka v Praze 2. Tato škola, založená roku 1953 a později přejmenovaná na Gymnázium Korunní, se v roce 1993 přestěhovala do Zborovské ulice a od roku 1999 nese název Gymnázium Christiana Dopplera. Jak skvělými výsledky svých žáků se tato škola, letošní organizátor ústředního kola, mnohokrát zapsala do historie naší soutěže, je zasvěceným dobře známo. Kupříkladu ve zmíněném plzeňském finále z roku 1967 obsadili její žáci tři z prvních pěti míst.

Typeset by $\mathcal{A}\mathcal{M}\mathcal{S}$-TEX

Postupme však od onoho 16. ročníku v roce 1967 o 16 let kupředu, tedy do roku 1983, kdy se pořadovým číslem ročníku naší soutěže stala mocnina 2^5. Tehdejší 32. finále MO se odehrálo v Pardubicích a o absolutní vítězství se podělili Igor Kříž a Jiří Sgall, dva spolužáci z jednoho pražského gymnázia, jistě tušíte kterého. Rád ještě doplním informaci z příslušné ročenky MO, že hlavní zásluhu na úspěšném průběhu finále z roku 1983 měl dr. Josef Kubát, profesor gymnázia v Pardubicích, a že soutěžící také pozdravil Jan Kratochvíl, bývalý žák pardubického gymnázia a absolutní vítěz 26. i 27. ročníku MO.

Konečně krokem 32 let dlouhým se přesuneme od 32. ročníku v roce 1983 do současnosti, kdy vrcholí ročník MO s pořadovým číslem 2^6. Píše se rok 2015 a s ohledem na zaměření mého projevu nemohu přejít tu skutečnost, že se nám blíží magický letopočet 2048. Musíme si však na tuto roli jedenácté mocniny dvojky ještě 33 let počkat; pokud to někomu přijde jako dlouhá doba, ať si prosím uvědomí, že na letopočtovou událost tohoto druhu čekáme od 11. století, přesněji od roku 1024 neboli 2^{10}, kdy v Čechách vládl kníže Oldřich z rodu Přemyslovců.

Výjimečnost letopočtů 1024 a 2048 by jistě zaujala širší vrstvy obyvatelstva, kdyby lidé více zapisovali čísla ne v běžné desítkové, nýbrž ve dvojkové soustavě. Jak pozorně by kupříkladu počítali jedničky zapisujíce číslo 2047, které je o jedničku menší než 2^{11}, takže jeho dvojkový zápis je složen za samých jedniček v počtu 11:

$$11111111111.$$

Příklad čísla 2047 nebyl zvolen náhodně, protože nás velice zajímá číslo 2015. To je ve srovnání s 2047 o 32 neboli 2^5 menší, a proto jeho zápis dostaneme, když v předchozím čísle pouze zaměníme jednu jedničkou nulou, a to na místě řádu 2^5, tedy přesně uprostřed:

$$11111011111$$

Letošní rok 2015 má tedy dvojkový zápis, který se čte zleva doprava stejně jako zprava doleva. Potěšme se prosím z této krásné symetrie chvílí ticha. (*Po chvíli*: Děkuji.)

Asi víte, že hádankáři zápisy slov, vět či čísel, jež jsou v obou směrech čtení shodné, nazývají *palindromy*. Jsou jimi kupříkladu slova madam, kajak, nepotopen. My však zůstaneme u čísel, konkrétně letopočtů. Jestli se dobře rozhlížím, tak všichni přítomní prožili rok zapsaný desítkovým palindromem 2002. Letošní soutěžící však ještě nebyli na světě, když se psal předchozí palindromický rok 1991. My přítomní nesoutěžící jsme tak měli v tomto ohledu štěstí, že jsme dvakrát za život mohli přivítat rok čtený zleva doprava jako zprava doleva, rok, který je už přes tisíc let vždy jedinečnou událostí každého století.

Využiji příležitost a vrátím se ještě na chvíli do století devatenáctého. V palindromickém roce 1881 se ve slovenském Gočově na okrese Rožňava narodil významný matematik, pedagog a iniciátor akce za vybudování slovenských vysokých škol v 30. letech 20. století, akademik Jur Hronec. Z jeho rozličných aktivit chci zde vzpomenout pouze skutečnost, že se 12. září 1951 zúčastnil v Praze přípravné schůze svolané prof. Františkem Vyčichlem, schůze, na které bylo rozhodnuto o zrodu naší československé matematické olympiády. Prvních osm jejích ročníků, tedy až do konce svého života, pracoval Jur Hronec ve funkci ústředního místopředsedy MO.

Lze o něm bez nadsázky říci, že se na Slovensku zasloužil o naší soutěž v jejích nelehkých dětských letech, kdy byla novou a neznámou formou práce s talentovanými žáky. Můžeme slovenským přátelům jen závidět, že jedno bratislavské gymnázium dnes nese jméno Jury Hronce. Dočkáme se někdy u nás gymnázia pojmenovaného po nějakém významném českém matematikovi, kupříkladu Eduardu Čechovi nebo Otakaru Borůvkovi?

Vraťme se však k palindromickému zápisu

$$11111011111$$

letošního roku 2015 ve dvojkové soustavě. Zapátrejme nyní, který předchozí letopočet byl rovněž takovým dvojkovým palindromem. Jeho zápis bude ve dvojkové soustavě jistě jedenáctimístné číslo, které začíná čtyřmi jedničkami a jednou nulou, a tudíž končí jednou nulou a čtyřmi jedničkami. Neurčili jsme tím jedinou pozici uprostřed zápisu, a tu obsadíme jedničkou, aby vyšlo více. Dostaneme tak hledaný předchozí palindrom

$$11110101111.$$

O jaký letopočet se jedná? Protože nuly jsou v řádech 16 a 64, jejichž součet je 80, hledaný letopočet dostaneme, když od čísla 2047 odečteme právě číslo 80. Vyjde nám 1967, což je považte letopočet, který jsem už dnes zmínil, protože se v onom roce konalo v Plzni finále naší soutěže s pořadovým číslem 2^4. Neuvěřitelné!

Jakmile jsem tuto opakovanou shodu okolností zjistil, zmocnilo se mne velké vzrušení nad otázkou, zda a kdy ještě bude finále MO s pořadovým číslem 2^n probíhat v roce, jehož dvojkový zápis bude palindromem. Tato otázka vede na úlohu najít všechna n, pro něž je číslo

$$1951 + 2^n$$

dvojkový palindrom. Přitom už víme, že k hledaným n patří n rovné čtyřem a n rovné šesti.

Přítomní soutěžící jistě tuší, že je to úloha, která by v matematické olympiádě patřila do nějaké nižší věkové kategorie. Potěšme se proto teď všichni jejím krátkým řešením. Zřejmě začneme tím, že najdeme dvojkový zápis čísla 1951. Na to už jsme připraveni: odečteme 16 od známého zápisu čísla 1967 a dostaneme

$$11110011111.$$

Teď už nám zbývá pouze vyřešit otázku, kdy po přičtení 1 do vhodného řádu 2^n takového čísla vyjde palindrom. Je nasnadě, že kromě řádu 2^4 (na místě páté jedničky zprava) a řádu 2^6 (na místě první nuly zleva) bude vyhovovat už jen jediný další řád 2^{11}, při kterém připíšeme jedničku zleva před celé číslo. Znamená to, že potřetí a naposledy nastane ona shoda okolností ve dvoutisícím čtyřicátém osmém ročníku matematické olympiády. To se bude psát rok

$$1951 + 2048.$$

Jistě to bude letopočet zajímavý nejen pro řešitele matematické olympiády.

Mé vystoupení se chýlí ke konci. Závěrem chci popřát všem soutěžícím hodně úspěchů při řešení úloh, které jsme pro ně na následující dvě dopoledne připravili. Z moci své předsednické funkce prohlašuji ústřední kolo kategorie A 64. ročníku MO za zahájené.