

# MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA NA STŘEDNÍCH ŠKOLÁCH

kategorie A, B, C a P  
66. ROČNÍK, 2016/2017

<http://math.muni.cz/mo>

Studenti středních škol,

zveme vás k účasti v matematické olympiádě, jejíž soutěžní kategorie A, B, C a P pořádáme právě pro vás.

Kategorie A je určena žákům maturitních a předmaturitních ročníků,  
kategorie B žákům, kterým do maturity zbývá více než 2 roky,  
kategorie C žákům, kterým do maturity zbývá více než 3 roky,  
kategorie P je zaměřena na programování a je určena žákům všech ročníků.

Podrobnější rozdělení uvádí následující tabulka:

Předpokládaný školní rok ukončení studia maturitou	kategorie MO
2016/2017	A
2017/2018	A
2018/2019	B
2019/2020	C

Žáci nižších ročníků víceletých gymnázií soutěží v MO společně s žáky základních škol v kategoriích Z6 až Z9. Jim je věnován zvláštní leták.

**Průběh soutěže v kategoriích A, B, C:** V kategorii A probíhá soutěž ve třech kolech (školním, krajském a ústředním), v kategoriích B a C probíhá ve dvou kolech (školním a krajském).

**Školní kolo** má dvě části – domácí a klauzurní. V **domácí části** na vás čeká šest úloh, které najdete na adrese

<http://mo.webcentrum.muni.cz/cs/olympiada-pro-stredni-skoly/66-rocnik-16-17>

Jejich řešení (ne nutně všech) odevzdejte svému učiteli matematiky do **28. listopadu 2016** (kategorie A) a do **23. ledna 2017** (kategorie B, C). Ten je opraví, ohodnotí podle stupnice 1 – *výborně*, 2 – *dobře*, 3 – *nevyhovuje*. Pak je s vámi rozebere, vysvětlí vám případné nedostatky a seznámí vás se správným řešením, které také najdete na našich internetových stránkách. Jestliže budou vaše řešení alespoň čtyř úloh ohodnocena jako výborná nebo dobrá, budete pozváni do **klauzurní části** školního kola. Tam budete ve stanoveném čase samostatně řešit další tři úlohy.

Nejlepší účastníci školního kola budou pozváni do **krajského kola**. Tam budou během čtyř hodin samostatně řešit čtyři úlohy. Podle rozhodnutí Ústřední komise MO nejsou v klauzurních kolech MO povoleny kalkulačky, notebooky ani žádné jiné elektronické pomůcky. O pořadí v krajských kolech soutěže rozhoduje součet bodů získaných za jednotlivé úlohy, a to 0 až 6 bodů za každou z nich. Bodové hranice k určení úspěšných řešitelů budou stanoveny centrálně po vyhodnocení statistik bodových výsledků ze všech krajů. Podrobnější pravidla pro vyhodnocování krajských kol najdete na <http://www.math.muni.cz/mo>.

V kategorii A budou ještě nejlepší řešitelé krajského kola z celé republiky soutěžit v **ústředním kole**, a to za podmínek podobných jako na **mezinárodní matematické olympiádě**, kde během soutěže lze používat pouze psací a rýsovací potřeby. Právě pro ni se z vítězů ústředního kola vybere družstvo České republiky.

**Průběh soutěže v kategorii P:** Ve **školním kole** řešíte do 15. 11. 2016 jen čtyři úlohy uvedené na adrese <http://mo.mff.cuni.cz/>. Řešení nebudete odevzdávat ve škole, ale odešlete ho přes webové rozhraní podle pokynů uvedených u úloh.

V kategorii P se nekoná klauzurní část školního kola, takže úspěšní řešitelé domácích úloh budou pozváni přímo do **krajského kola**. Stejně jako v kategorii A se i v kategorii P koná **ústřední kolo**, jehož vítězové se zúčastní každoroční **mezinárodní olympiády v informatice**.

Termíny soutěžních kol 66. ročníku MO jsou stanoveny takto:

	I. kolo (školní část)	II. kolo (krajské)	III. kolo (ústřední)
Kategorie A	6.12. 2016	10.1. 2017	26.3.–29.3. 2017
Kategorie B, C	31.1. 2017	11.4. 2017	—
Kategorie P	—	17.1. 2017	29.3.–1.4. 2017

MO pořádají *Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy ČR, Jednota českých matematiků a fyziků a Matematický ústav Akademie věd České republiky*. Soutěž organizuje *ústřední komise MO* a v krajích ji řídí *krajské komise MO* při pobočkách JČMF. Na jednotlivých školách ji zajišťují pověřeni učitelé matematiky, na které se můžete s otázkami kolem MO kdykoli obracet.

**Řešení soutěžních úloh vypracujte čitelně na listy formátu A4. Každou úlohu začněte na novém listě a uveďte vlevo nahoře záhlaví podle vzoru:**

Karel Smutný  
2. D, gymnázium  
Kulaté nám. 9, 629 79 Lužany  
B–I–4

Poslední údaj je označení úlohy. Znění úloh nemusíte opisovat. Nevejde-li se vám řešení na jeden list, uveďte na dalších listech vlevo nahoře své jméno a označení úlohy a očísľujte stránky. **Řešení pište jako výklad, v kterém jsou uvedeny všechny podstatné úvahy tak, aby bylo možno sledovat váš myšlenkový postup.**

Na ukázkou uvedeme řešení úlohy z I. kola kategorie C z jednoho z předcházejících ročníků MO:

Úloha C–I–5. *Dokažte, že nejmenší společný násobek  $[a, b]$  a největší společný dělitel  $(a, b)$  libovolných dvou kladných celých čísel  $a, b$  splňují nerovnost*

$$a \cdot (a, b) + b \cdot [a, b] \geq 2ab.$$

*Zjistěte, kdy v této nerovnosti nastane rovnost.*

*Řešení.* Nerovnost by bylo lehké dokázat, kdyby některý ze dvou sčítanců na levé straně byl sám aspoň roven pravé straně. Číslo  $[a, b]$  je zjevně násobkem čísla  $a$ .

Jestliže  $[a, b] \geq 2a$ , pak  $b[a, b] \geq 2ab$  a v dané nerovnosti platí dokonce ostrá nerovnost, neboť číslo  $a(a, b)$  je kladné.

Jestliže  $[a, b] < 2a$ , nezůstává jiná možnost než  $[a, b] = a$ . To však nastane, jen když  $b \mid a$ . V tomto případě  $(a, b) = b$  a v dané nerovnosti nastane rovnost.