

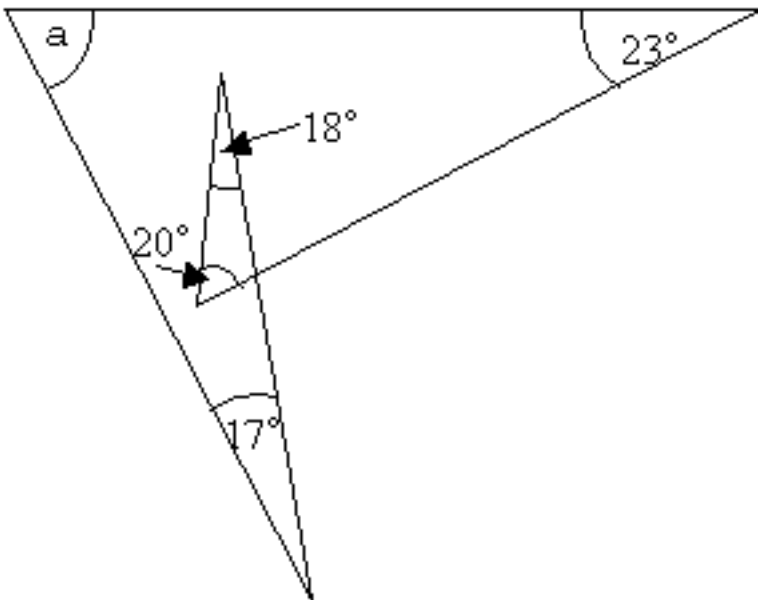
Zadání 2. kola kategorie Z6

Z6-II-1

Anička dostala krabičku lentilek. Polovina z nich byla modré nebo hnědé barvy, zbylé byly červené, žluté nebo zelené. Červených a zelených dohromady bylo o 12 víc než žlutých a zelených dohromady. Přitom červených bylo 19 a zelených bylo o 5 víc než žlutých. Kolik lentilek bylo v krabičce?

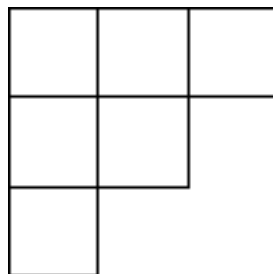
Z6-II-2

Vypočítej velikost úhlu a .



Z6-II-3

Doplň do čtverečků na obrázku čísla 1, 2, 3, 4, 5 a 6 tak, aby součet čísel v každém řádku byl dvakrát menší než součet čísel v řádku těsně nad ním a součty čísel v jednotlivých sloupcích byly tři po sobě jdoucí čísla. Najdi všechna řešení.



Řešení 2. kola kategorie Z6

Z6-II-1

Jestliže bylo v krabičce červených a zelených dohromady o 12 víc než žlutých a zelených dohromady, bylo **červených o 12 víc než žlutých**. **Žlutých lentilek** tedy bylo $19 - 12 = 7$. **Zelených** bylo $7 + 5 = 12$. **Červených, žlutých a zelených** bylo dohromady $19 + 7 + 12 = 38$, což je polovina celkového množství lentilek. Všech lentilek tedy bylo $2 \cdot 38 = 76$.

Hodnocení:

počet žlutých lentilek

2b.

počet žlutých a zelených lentilek

po 1b.

počet lentilek

2b.

Z6-II-2

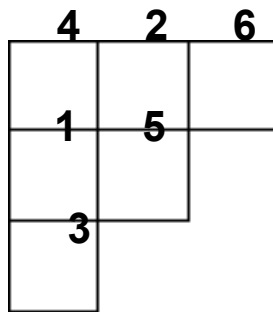
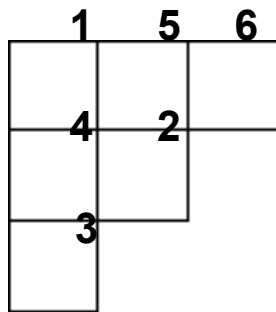
Velikost úhlu ve vnitřním **trojúhelníku** je $180^0 - (20^0 + 18^0) = 142^0$ (součet úhlů v trojúhelníku je 180^0). Vnitřní nekonvexní úhel **čtyřúhelníka** je $142^0 + 2 \cdot (180^0 - 142^0) = 218^0$ (součet vedlejších úhlů je 180^0). Úhel **a** je $360^0 - (17^0 + 23^0 + 218^0) = 102^0$ (součet úhlů v čtyřúhelníku je 360^0).

Hodnocení:

velikost úhlu v trojúhelníku	2b.
velikost úhlu v čtyřúhelníku	2b.
velikost úhlu a	2b.

Z6-II-3

Součet všech čísel je **21**. Má-li být součet čísel v řádku dvakrát větší než součet čísel v řádku těsně pod ním je potřeba celkový součet rozdělit na $1 + 2 + 4 = 7$ dílů, což je 3. Číslo v **posledním řádku** je 3, součet čísel v **prostředním řádku** je **6** a v **prvním řádku** **12**. Mají-li být součty čísel v jednotlivých sloupcích po sobě jdoucí čísla a jejich součet je 21, jedná se o čísla 6, 7, 8. Tedy v **posledním sloupci** je číslo **6**, v **prostředním sloupci** je součet čísel **7** a v **prvním sloupci** **8**. Úloha má dvě řešení.



Hodnocení:

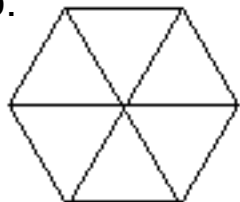
číslo v posledním řádku	2b.
číslo v posledním sloupci	2b.
doplnění čísel (2 řešení)	po1b.

Zadání 2. kola kategorie Z7

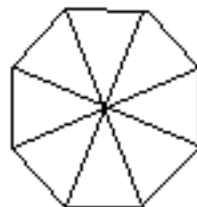
Z7-II-1

Sněhurka koupila 7 krabiček sýru Lunex. Když je doma otevřela, zjistila, že je sice v každé krabičce 180 gramů sýra, ale v některých je balený

takto:



a v jiných takto:



Může Sněhurka rozdělit sýr mezi 7 trpaslíků tak, aby každý z nich měl stejné množství sýra a

- stejný počet „trojúhelníků“ sýra?
- nejvýše tři z nich měli stejný počet „trojúhelníků“ sýra?

Z7-II-2

Ve školní jídelně byla dnes k obědu rajská polévka. 40% dětí ji nemá rádo, a proto ji vůbec nejedlo. Čtvrtina dětí ji naopak „miluje“, a proto si dala dvojnásobnou porci. Ostatní děti snědly každé svoji porci a v hrnci zůstalo ještě 21 dětských porcí. Pro kolik žáků vařili oběd?

Z7-II-3

Na kolik vrstev (tvaru kvádrů se čtvercovou podstavou) musíme rozřezat krychli, aby součet povrchů jednotlivých částí byl rovný dvojnásobku povrchu původní krychle?

Řešení 2. kola kategorie Z7

Z7-II-1

- Aby dostali trpaslíci stejné množství sýra, musí dostat 180 gramů sýra, což je **1 krabička prvního druhu** (6

„trojúhelníčků“ v jedné krabičce) nebo **1 krabička druhého druhu** (8 „trojúhelníčků“ v jedné krabičce) nebo **polovina krabičky prvního druhu a polovina krabičky druhého druhu**. Protože Sněhurka koupila lichý počet krabiček a krabičky nebyly stejného druhu, **nemohli všichni trpaslíci dostat stejný počet „trojúhelníčků“ sýra.**

- b) Jestliže nejvýše tři trpaslíci mají stejný počet „trojúhelníčků“ sýra, museli se trpaslíci rozdělit do tří skupin, kde ve dvou skupinách byli dva trpaslíci a v jedné tři (alespoň v jedné skupině musí být sudý počet trpaslíků). **Dva trpaslíci si rozdělili krabičky prvního i druhého druhu napůl. Dva trpaslíci si vzali krabičky prvního druhu a tři trpaslíci krabičky druhého druhu nebo tři trpaslíci si vzali krabičky prvního druhu a dva trpaslíci krabičky druhého druhu.**

Hodnocení:

řešení a 2b.
každé řešení po 2b.

Z7-II-2

Polévku, kterou nesnědly děti, které ji nemají rády, částečně snědly děti, které ji „milují“ a částečně zůstala v hrnci. Označme d počet všech dětí, potom dostaneme rovnici $0,4d = 0,25d + 21$. Odtud dostaneme $d = 140$. Původně tedy vařili oběd pro 140 dětí.

Hodnocení:

uvědomění si rovnosti 3b.
výpočet počtu dětí 3b.

Z7-II-3

Povrch původní krychle je $6a^2$. Při rozříznutí se přidáním jedné vrstvy tvaru kvádrů se čtvercovou podstavou zvětší součet povrchů jednotlivých částí o $2a^2$ (dvojnásobek obsahu čtvercové podstavy). Součet povrchů jednotlivých částí bude roven $12a^2$, rozřízneme-li krychli na 4 vrstvy.

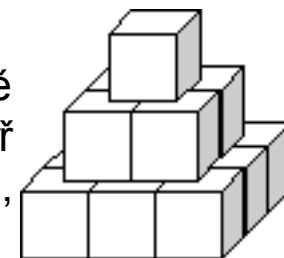
Hodnocení:

součet povrchů při přidání vrstvy 3b.
počet vrstev 3b.

Zadání 2. kola kategorie Z8

Z8-II-1

Pyramida na obrázku je sestavena z kostek očíslovaných přirozenými čísly. Kostky ve spodní vrstvě jsou popsány různými přirozenými čísly. Na každé další kostce je vždy napsán součet čísel čtyř kostek, na kterých tato kostka stojí. Zjistěte, jaké nejmenší číslo může být na horní kostce, jestliže víte, že na všech kostkách ve druhé vrstvě je stejné číslo.



Z8-II-2

Máme čtyři shodné trojúhelníky. Umíme z nich (bez překrývání) sestavit obdélník s obvodem 22 cm, ale také obdélník s obvodem 29 cm, ale také kosočtverec. Jaký obvod bude mít tento kosočtverec? (Při každém skládání musíme použít všechny čtyři trojúhelníky.)

Z8-II-3

Soukromý podnikatel propustil čtvrtinu svých zaměstnanců. Jejich práci rozdělil mezi ty, kteří zůstali a každému z nich zvýšil plat o 25%. Ušetřil tak na mzdách 13 000 Kč. Zjistěte, kolik zaměstnanců si ponechal, jestliže víte, že všichni

vydělávali před propuštěním stejně a teď vydělávají také stejně, ale ne méně než 6000 Kč a ne více než 10 000 Kč.

Řešení 2. kola kategorie Z8

Z8-II-1

Na vrchní kostce je číslo, ve kterém jsou čísla z rohových kostek ve spodní vrstvě započítány jednou, čísla z prostřední kostky ve spodní vrstvě čtyřikrát a čísla z ostatních ve spodní vrstvě dvakrát. Proto musí být číslo na kostce uprostřed spodní vrstvy nejmenší a v rozích spodní vrstvy ta největší.

Na kostky do spodní vrstvy umístíme čísla: **1 (uprostřed), 6, 7, 9, 10 (v rozích) a 2, 3, 4, 5.**

Číslo na vrchní kostce je **$4 \cdot 16 = 64$.**

Hodnocení:

nalezení pravidla–spodní vrstva 2b.

nalezení čísel 3b.

číslo na vrchní kostce 1b.

Z8-II-2

Můžeme-li sestavením čtyř trojúhelníků bez překrývání získat dva různé obdélníky, musí se jednat o trojúhelníky pravoúhlé. Označme odvěsny pravoúhlého trojúhelníka a , b . Potom obvod prvního obdélníku je **$4a + 2b = 22$** a obvod druhého obdélníku je **$2a + 4b = 29$** . Odtud dostaneme **$a = 2,5 \text{ cm}$** a **$b = 6 \text{ cm}$** . Pomocí Pythagorovy věty vypočítáme přeponu pravoúhlého trojúhelníka **$c = 6,5 \text{ cm}$** . Obvod kosočtverce je roven **$4 \cdot 6,5 = 26 \text{ cm}$** .

Hodnocení:

odhalení pravoúhlosti trojúhel. 1b.

délky stran a , b , c po 1b.

obvod kosočtverce 2b.

Z8-II-3

Označme původní celkovou výplatu mezd p . Pro současnou výplatu mezd platí, že 75% zaměstnanců dá zaměstnavatel 125% původní mzdy ($0,75p \cdot 1,25$), což je měsíčně o 13 000 méně než původně vyplácel ($p - 13\,000$), tedy $0,75p \cdot 1,25 = p - 13\,000$. Odtud $p = 208\,000$. **Současná výplata mezd je $208\,000 - 13\,000 = 195\,000$.** Jestliže všichni zaměstnanci vydělávají stejně, a to minimálně 6000 Kč a maximálně 10 000 Kč, je jejich počet větší nebo roven $195\,000 : 10\,000 = 19,5$ a menší nebo roven $195\,000 : 6000 = 32,5$. Zaměstnavatel si tedy ponechal **minimálně 20 a maximálně 32** zaměstnanců. Původní počet zaměstnanců musí být dělitelný čtyřmi, takže počet ponechaných zaměstnanců, který je roven $\frac{3}{4}$ počtu původních zaměstnanců, musí být dělitelný třemi. Zaměstnavatel si tedy ponechal **21, 24, 27** nebo **30** zaměstnanců.

Hodnocení:

původní výplata	3b.
počet pracovníků	3b.