

## Komentáře k domácímu kolu kategorie Z5

1. Vendelín zavřel do bedny všechna dvoumístná čísla, která při dělení pěti dávají zbytek 3, avšak na jedno z nich zapomněl. Když čísla v bedně správně sečetl, dostal součet 911. Na které číslo zapomněl?

ŘEŠENÍ. Číslo dělitelné pěti má na místě jednotek číslici 0 nebo 5. Dává-li číslo při dělení pěti zbytek 3, musí mít na místě jednotek číslici 3 nebo 8. Všechna dvoumístná čísla s touto vlastností jsou:

13, 18, 23, 28, 33, 38, 43, 48, 53, 58, 63, 68, 73, 78, 83, 88, 93, 98.

Součet těchto osmnácti čísel je 999, ale Vendelínův součet byl 911. Protože  $999 - 911 = 88$ , zapomenuté číslo bylo 88.

2. Andulka a Maruška měly sraz přesně v 17.30 před kinem. Andulka si myslela, že jí jdou hodinky o 4 minuty napřed, ale ve skutečnosti se jí zpožďovaly o 8 minut. Maruška si myslela, že se jí hodinky o 8 minut zpožďují, ale šly jí o 4 minuty napřed. Kdy která z dívek přišla na sraz, jestliže si obě myslely, že přišly přesně v 17.30?

ŘEŠENÍ. Když bylo ve skutečnosti přesně 17.30 hod, Andulka měla na hodinkách 17.22, protože se jí o 8 minut zpožďovaly. Myslela si ale, že jí jdou hodinky o 4 minuty napřed, tak předpokládala, že je teprve 17.18 hod. Přišla tedy na sraz o 12 minut později, tj. v 17.42.

Podobně uvažujeme i u Marušky. Když bylo ve skutečnosti 17.30, Maruška už měla na hodinkách 17.34, protože jí šly o 4 minuty napřed. Protože si ale myslela, že se jí o 8 minut zpožďují, předpokládala, že je 17.42. Musela proto přijít na sraz o 12 minut dřív, tj. v 17.18.

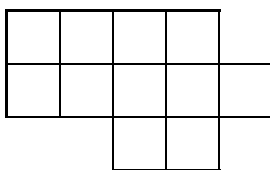
3. Tři princové šli na mnohohlavého draka. První princ mu levou rukou usekl polovinu hlav a pravou rukou ještě další dvě. Totéž udělali se zbylými hlavami druhý a pak i třetí princ. Potom drak padl bezhlavý na zem. Na kolikahlavého draka se princové vydali?

ŘEŠENÍ. Tuto úlohu řešíme od konce. Protože drak padl na zem bezhlavý, třetí princ pravou rukou usekl 2 hlavy a levou tedy taky dvě:  $(0 + 2) \cdot 2 = 4$ , tj. 4 hlavy celkem.

Tyto 4 hlavy plus 2 další useknuté pravou rukou druhého prince tvoří polovinu hlav, které čekaly na druhého prince. Tedy  $(4 + 2) \cdot 2 = 12$ , tj. druhý princ přišel k drakovi, který měl 12 hlav.

Těchto 12 hlav plus 2 další useknuté pravou rukou prvního prince, tvoří polovinu hlav, které čekaly na prvního prince. Tedy  $(12 + 2) \cdot 2 = 28$ , tj. první princ přišel k drakovi, který měl původně 28 hlav.

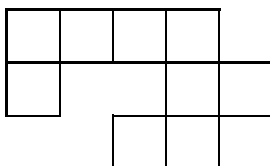
4. Na obrázku je mnohoúhelník složený z jedenácti stejných čtverečků.
- Zjisti jeho obvod, jestliže víš, že jeden malý čtvereček má obvod 20 cm.
  - Které dva čtverečky mnohoúhelníku je nutno ubrat, aby vznikl nový mnohoúhelník s co největším obvodem? Namaluj alespoň jedno řešení.



ŘEŠENÍ. Malý čtverec má obvod 20 cm, takže jeho strana měří 5 cm.

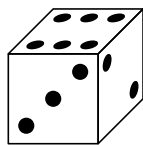
a) Obvod celého útvaru je potom  $o = 16 \cdot 5 = 80$  cm.

b) Aby vznikl mnohoúhelník s co největším obvodem, je nutné ubrat ty čtverce, které mají co nejvíc společných stran s jinými čtverci. Přitom se útvar nesmí rozpadnout na dvě části, tj. nesmí se dotýkat jen vrcholy. Útvar pak bude vypadat takto:

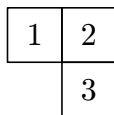


Jeho obvod je  $o = 20 \cdot 5 = 100$  cm.

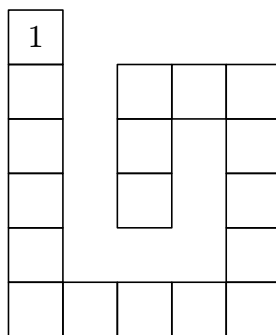
5. Hrací kostka má puntíky rozmístěny tak, že jejich součet na protilehlých stěnách je vždy 7. Kostka na obr. 1 stojí na stěně s jedním puntíkem, takže na podložce zanechá otisk „1“. Když převalíme kostku doprava na stěnu se dvěma puntíky, zanechá na podložce otisk „2“. Když pak převalíme kostku směrem k sobě, zanechá otisk „3“. Při tomto valení dostaneme stopu na obr. 2. Součet čísel této stopy je 6. Jestliže výchozí postavení kostky je na obr. 1,
- jaký bude součet na stopě na obr. 3?
  - Jak bude vypadat stopa, na níž je součet 22?



Obr. 1



Obr. 2



Obr. 3

ŘEŠENÍ. Úlohu řešíme s hrací kostkou, kterou si postavíme tak, jak je na obr. 1, na první pole dané stopy.

a) Postupným překlápěním kostky získáme tyto otisky:

1				
3		4	5	3
6		6		6
4		3		4
1				1
3	2	4	5	3

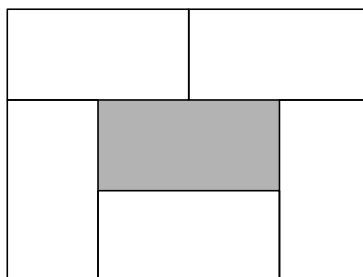
Součet této stopy je 64.

b) Aby měla stopa součet 22, je třeba kostku překloupat z výchozího postavení na obr. 1, nejméně pětkrát. Řešení je mnoho, takže uvádíme aspoň některá z nich:

1				
3	2			2
	6	4	1	3

1				
3	2	4		
		6	5	1

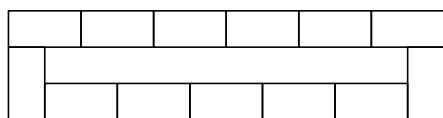
6. *Ivanka si staví z kostek komíny. Všechny kostky jsou stejné a mají rozměry 1 cm, 1 cm a 2 cm. Teď postavila jednopatrový dutý komín z pěti kostek na ploše 12 cm<sup>2</sup> (obrázek). Rozhodla se ale, že postaví dutý komín na ploše 36 cm<sup>2</sup> z 260 takových kostek. Jaký nejvyšší komín mohla postavit, jestliže jí žádná kostka nezbyla a komín byl nahoře rovný?*



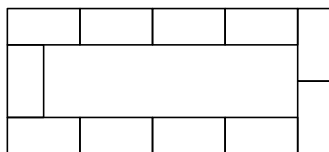
ŘEŠENÍ. Komín má stát na ploše 36 cm<sup>2</sup>. Napřed zjistíme, jaké rozměry může mít obdélník nebo čtverec, na kterém bude Ivanka stavět. Rozkladem čísla 36 zjistíme tyto možnosti:

$$36 = 1 \cdot 36, \quad 36 = 2 \cdot 18, \quad 36 = 3 \cdot 12, \quad 36 = 4 \cdot 9, \quad 36 = 6 \cdot 6.$$

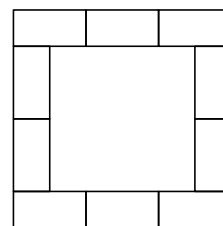
Z těchto možností vyloučíme 1 · 36 a 2 · 18, protože by nešlo o duté komíny. U dalších tří možností zjistíme, kolik kostek je vždy třeba k postavení prvního patra.



13 kostek



11 kostek



10 kostek

Nejméně kostek je třeba pro 1. patro na ploše čtverce  $6 \times 6$  cm. Proto bude tento komín nejvyšší a bude mít 26 pater, protože  $260 : 10 = 26$ .