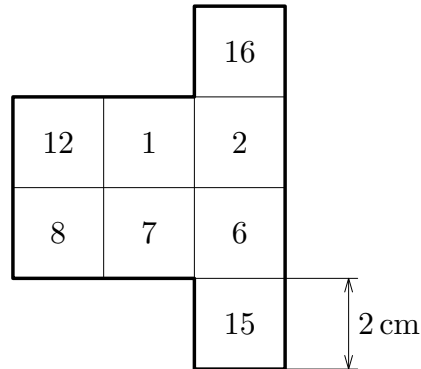


II. kolo kategorie Z5

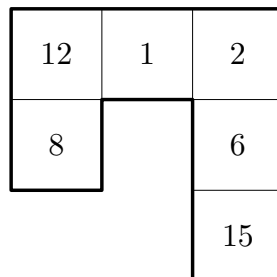
Z5-II-1

Mirek si ze čtvercové sítě s vepsanými čísly vystříhl útvar na obrázku:



Odstříhni dva čtverečky útvaru tak, aby se výsledný útvar nerozpadl, aby po odstříhnutí obou čtverečků měl stejný obvod jako původně a aby součet vepsaných čísel byl nejmenší možný. *(M. Petrová, M. Dillingerová)*

Možné řešení. Aby se útvar nerozpadl a přitom zůstal stejný obvod, můžeme odstříhnout tyto dvojice čtverečků: (1, 12), (1, 15), (1, 16), (7, 8), (7, 15), nebo (7, 16). Nejmenší součet vepsaných čísel bude mít zbylý útvar při odstřížení čtverečků 7 a 16. Součet pak bude $12 + 8 + 1 + 2 + 6 + 15 = 44$.



Hodnocení. 4 body za nalezení dvojic čtverečků, po jejichž odstřížení se obvod nezmění; 2 body za nalezení dvojice (7, 16).

Z5-II-2

Patnáct na sobě položených stejných listů papíru jsem najednou přeložil. Získal jsem tak „sešit“, jehož stránky jsem očísloval po řadě čísla 1 až 60. Která další tři čísla jsou napsána na stejném listu papíru jako číslo 25? (L. Šimůnek)

Možné řešení. Když otevřeme „sešit“ přesně v polovině, vidíme čísla stran 30 a 31. Na témže listu jsou také čísla 29 a 32. Pod tímto prostředním listem je list s čísly 28, 27 a 33, 34. Na dalším listu jsou čísla 26, 25 a 35, 36 a na tento list se úloha ptá.

Hodnocení. 3 body za výsledná čísla a 3 body za zdůvodnění.

Z5-II-3

František Všímálek vypisoval po sobě jdoucí čísla výsledků malé násobilky tří, pěti a devíti. Mezi jednotlivými čísly nepsal mezery a postupoval následovně: nejprve vypsál násobky čísla tři, za posledním z nich začal hned vypisovat násobky pěti a nakonec násobky devíti. Všiml si, že v jeho zápisu se objevují souměrná čísla. (Souměrné číslo se čte zezadu stejně jako zepředu, např. 272, 3553, 98089.) František vypsál všechna souměrná čísla se třemi a více číslicemi a seřadil je podle velikosti od nejmenšího po největší. Které číslo bylo v téhle posloupnosti na třetím místě a které bylo poslední? (L. Hozová)

Možné řešení. František napsal uvedené násobilky takto:

3691215182124273051015202530354045509182736455463728190.

Souměrná čísla u násobilky tří jsou 121, 151, 212 a 242. U násobilky pěti to jsou 101, 51015, 202, 52025 a další. U násobilky devíti pozorujeme postupně tato čísla: 4554, 645546, 36455463 atd. Souměrná čísla uspořádaná podle velikosti tvoří posloupnost

101, 121, 151, 202, 212, ..., 09182736455463728190.

Třetí číslo v téhle posloupnosti je 151 a poslední 09182736455463728190.

Hodnocení. 1 bod za zápis posloupnosti; 2 body za číslo 151 na třetí pozici; 3 body za poslední číslo. Pokud žák nebude chtít psát nulu na začátku čísla, pak bude poslední číslo 918273645546372819, což také považujeme za správné řešení.