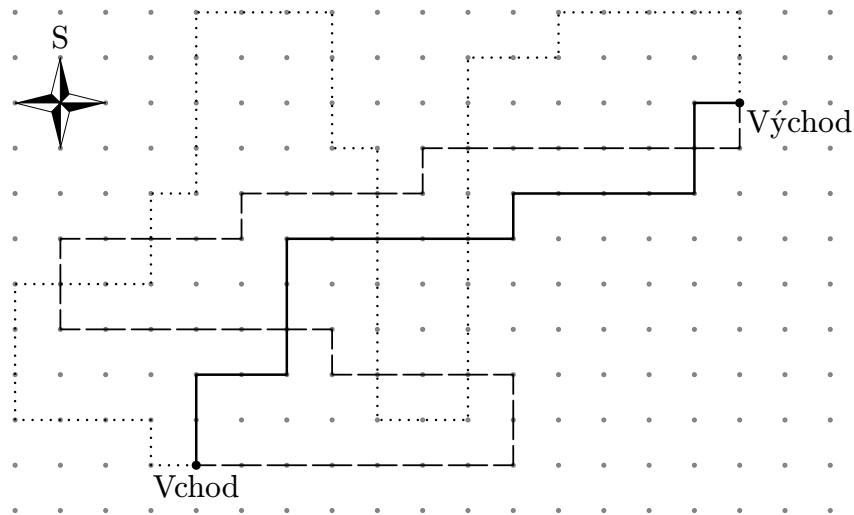


I. kolo kategorie Z5

Z5–I–1

Tři kamarádi Pankrác, Servác a Bonifác šli o prázdninách na noční procházku přírodním labyrintem. U vstupu dostal každý svíčku a vydali se různými směry. Všichni labyrintem úspěšně prošli, ale každý šel jinou cestou. V následující čtvercové síti jsou vyznačeny jejich cesty. Víme, že Pankrác nikdy nešel na jih a že Servác nikdy nešel na západ. Kolik metrů ušel v labyrintu Bonifác, když Pankrác ušel přesně 500 m? (M. Petrová)



Nápad. Kterou cestou Bonifác určitě nešel?

Možné řešení. Nejdříve určíme, kterými cestami šli jednotliví kamarádi. K tomu potřebujeme vědět, na které světové strany vedou jednotlivé cesty. Cesta podle plné čáry vede pouze na sever a na východ. Čárkovaná cesta vede na sever, východ a západ. Tečkovaná cesta míří postupně na všechny světové strany. Jediná cesta, která nevede nikdy západním směrem, je ta vyznačená plnou čarou — patří tedy Servácovi. Tudy Bonifác jistě nešel. Ze zbylých dvou cest na jih nemíří ta čárkovaná — po ní tedy šel Pankrác. Takže Bonifác musel jít po tečkované čáře.

Pankrác ušel 500 m. Nyní spočítáme, po kolika úsečkách (tj. stranách čtverečku čtvercové sítě) šel:

$$7(\text{východ}) + 2(\text{sever}) + 4(\text{západ}) + 1(\text{sever}) + 6(\text{západ}) + 2(\text{sever}) + 4(\text{východ}) + 1(\text{sever}) + 4(\text{východ}) + 1(\text{sever}) + 7(\text{východ}) + 1(\text{sever}) = 40.$$

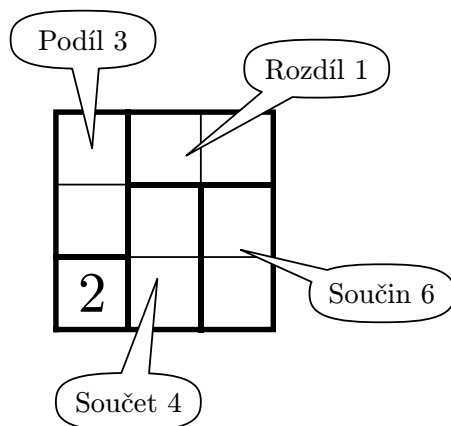
Teď ještě určíme, po kolika úsečkách šel Bonifác:

$$1(\text{západ}) + 1(\text{sever}) + 3(\text{západ}) + 3(\text{sever}) + 3(\text{východ}) + 2(\text{sever}) + 1(\text{východ}) + 4(\text{sever}) + 3(\text{východ}) + 3(\text{jih}) + 1(\text{východ}) + 6(\text{jih}) + 2(\text{východ}) + 8(\text{sever}) + 2(\text{východ}) + 1(\text{sever}) + 4(\text{východ}) + 2(\text{jih}) = 50.$$

Jestliže 40 úseček měří 500 m, pak 10 úseček měří $500 : 4 = 125$ (m). Takže 50 úseček měří $500 + 125 = 625$ (m). Bonifác ušel v labyrintu 625 metrů.

Z5–I–2

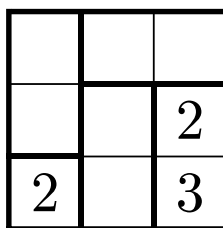
Do každého nevyplněného čtverečku doplňte číslo 1, 2, nebo 3 tak, aby v každém sloupci a řádku bylo každé z těchto čísel právě jednou a aby byly splněny dodatečné požadavky v každé vyznačené oblasti.



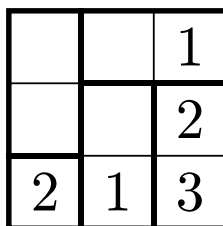
(Požadujeme-li ve vyznačené oblasti určitý podíl, máme na mysli podíl, který získáme vydělením většího čísla menším. Podobně pracujeme i s rozdílem.) (S. Bednářová)

Nápad. Začněte součinem.

Možné řešení. Začneme součinem: Z čísel 1, 2 a 3 potřebujeme vybrat dvě taková, aby jejich součin byl 6. V úvahu připadá jediná možnost — 2 a 3. Protože ve třetím řádku již dvojka je, můžeme do příslušného políčka tohoto řádku dopsat pouze trojku.



Nyní je zřejmé, že v prvním políčku třetího sloupce a ve druhém políčku třetího řádku mohou být jen jedničky.



Nyní např. součet: Součet dvou čísel má být 4, jeden ze sčítanců je 1, takže druhý musí být 3.

		1
	3	2
2	1	3

Nyní rozdíl: Rozdíl dvou čísel má být 1, jedním z těchto čísel je 1, takže druhé musí být 2.

	2	1
	3	2
2	1	3

Zbývá doplnit poslední čísla: V prvním řádku chybí číslo 3, ve druhém řádku chybí číslo 1. Ještě ověříme, že podíl právě doplněných čísel je opravdu 3 a že v každém sloupci a řádku je každé z čísel 1, 2 a 3 právě jednou.

3	2	1
1	3	2
2	1	3

Poznámka. Samozřejmě lze postupovat mnoha různými způsoby, v každém případě si však rychle všimnete, že v zadání je podstatně víc informací, než je potřeba k jednoznačnému dořešení úlohy. Pokud se např. přednostně soustředíte na požadavek, aby v každém sloupci a řádku bylo každé z čísel 1, 2, 3 právě jednou, pak stačí už jen jedna ze čtyř dále zmíněných informací — poznáte která? Současně některé dodatečné informace jsou splněny vždy — poznáte které?

Z5–I–3

Jolana připravuje pro své kamarádky občerstvení — chlebíčky. Namaže je bramborovým salátem a navrch chce dát ještě další přísady: šunku, tvrdý sýr, plátek vajíčka a proužek nakládané papričky. Jenže nechce, aby některé dva její chlebíčky obsahovaly úplně stejnou kombinaci přísad. Jaký největší počet navzájem různých chlebíčků může vytvořit, jestliže žádný z nich nemá mít všechny čtyři přísady a žádný z nich není pouze se salátem (tj. bez dalších přísad)? *(M. Petrová)*

Nápad. Vymyslete vhodný systém, podle kterého budete jednotlivé možnosti vypisovat.

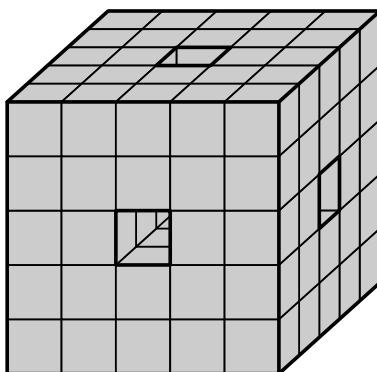
Možné řešení. Pro přehlednost sestavíme tabulku. Hvězdička znamená, že daný chlebíček obsahuje příslušnou přísadu, prázdné políčko pak znamená, že chlebíček tuto přísadu neobsahuje.

	šunka	sýr	vajíčko	paprička	
1 přísada	*				1
		*			2
			*		3
				*	4
2 přísady	*	*			5
	*		*		6
	*			*	7
		*	*		8
		*		*	9
			*	*	10
3 přísady	*	*	*		11
	*	*		*	12
	*		*	*	13
		*	*	*	14

Protože jsme tabulku tvořili systematicky a vyčerpali jsme všechny možnosti, vidíme, že Jolana může připravit až 14 chlebíčků tak, aby byly splněny její požadavky.

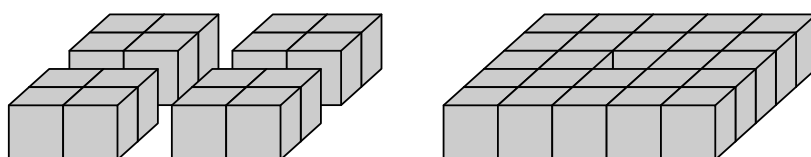
Z5–I–4

Na obrázku je stavba slepená ze stejných kostiček. Jedná se o krychli s několika dírami, kterými je vidět skrz a které mají všude stejný průřez. Z kolika kostiček je stavba slepena?
(M. Krejčová)



Nápad. Zkuste počítat po vrstvách.

Možné řešení. Stavbu rozdělíme čtyřmi vodorovnými řezy na pět vrstev. Prostřední vrstva je na obrázku vlevo, skládá se z 16 kostiček. Ostatní čtyři vrstvy vypadají všechny tak, jak ukazuje obrázek vpravo, a každá z nich se skládá z 24 kostiček. Na celou stavbu bylo použito $16 + 4 \cdot 24 = 112$ kostiček.



Jiný nápad. Kolik kostiček chybí v tunelech?

Jiné řešení. Představme si, že stavba byla zhotovena bez „tunelů“ a ty byly proraženy až dodatečně. Původně se tedy skládala z $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$ kostiček. Proražením prvního tunelu stavba ztratila 5 kostiček, proražením dalších dvou tunelů ztratila po 4 kostičkách. Konečný počet kostiček tedy je $125 - 5 - 4 - 4 = 112$.

Z5–I–5

V pohádce o sedmero krkavcích bylo sedm bratrů, z nichž každý se narodil přesně rok a půl po předchozím. Když byl nejstarší z bratrů právě čtyřikrát starší než nejmladší, matka všechny zaklela. Kolik let bylo sedmero bratrům krkavcům, když je jejich matka zaklela?
(M. Volfová)

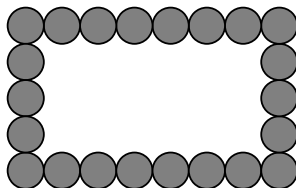
Nápad. Jaký byl věkový rozdíl nejmladšího a nejstaršího bratra?

Možné řešení. Nejstaršího bratra dělilo od nejmladšího 9 let ($6 \cdot 1,5 = 9$). Nejstarší bratr byl čtyřikrát starší než nejmladší, takže těchto 9 let muselo odpovídat trojnásobku věku

nejmladšího bratra. V době zakletí tedy byly nejmladšímu 3 roky ($9 : 3 = 3$). Dalším bratrům bylo postupně 4 a půl, 6, 7 a půl, 9, 10 a půl, 12 let.

Z5–I–6

Janka a Hanka si rády hrají s modely zvířátek. Hanka pro své kravičky sestavila z uzávěrů od PET lahví obdélníkovou ohrádku jako na obrázku. Janka ze všech svých uzávěrů složila pro ovečky ohrádku tvaru rovnostranného trojúhelníku. Poté ji rozebrala a postavila pro ně ohradu čtvercovou, rovněž ze všech svých uzávěrů. Kolik mohla mít Janka uzávěrů? Najděte aspoň 2 řešení. (M. Volfová)



Nápad. Mohla by Janka mít např. 6 nebo 8 uzávěrů?

Možné řešení. To, že Janka složila ohrádku tvaru rovnostranného trojúhelníku, znamená, že počet jejích uzávěrů musel být násobkem čísla 3. Podobně, čtvercovou ohrádku mohla postavit pouze, když počet uzávěrů byl násobkem čísla 4. Počet uzávěrů tedy musel být současně násobkem čísla 3 i 4, tj. např. 12, 24, 36, ... (libovolný násobek 12).