



IX. ČESKO-POLSKO-SLOVENSKÉ STŘETNUTÍ JUNIORŮ

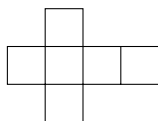
18. ČERVNA 2021 — SOUTĚŽ JEDNOTLIVCŮ

1. Mějme tabulku 2×2 . V každém jejím políčku je napsáno kladné celé číslo. Pokud sečteme součin čísel v prvním sloupci, součin čísel ve druhém sloupci, součin čísel v prvním řádku a součin čísel ve druhém řádku, tak dostaneme 2021.

- Urči všechny možné hodnoty součtu daných čtyř čísel z tabulky.
- Urči počet tabulek splňujících zadání, které obsahují navzájem různá čísla.

2. Mějme ostroúhlý trojúhelník ABC . Označme D a E postupně paty kolmic z bodů B a C na osu vnějšího úhlu BAC . Necht' F je průsečík přímek BE a CD . Dokaž, že přímka AF je kolmá na přímkou DE .

3. *Křížem* nazvěme útvar složený z šesti jednotkových čtverečků viz. obrázek níže (a každý jiný útvar, který můžeme dostat jeho otočením).



Určete největší možný počet křížů, které mohou být vystříhnuty z čtverečkovaného papíru velikosti 6×11 s jednotkovými čtverečky (každý kříž musí obsahovat právě šest takovýchto čtverečků).

4. Urči nejmenší hodnotu výrazu

$$x^4 + y^4 - x^2y - xy^2,$$

kde x a y jsou kladná reálná čísla splňující $x + y \leq 1$.

5. Mějme pravidelný sedmiúhelník $ABCDEFG$. Označme P průsečík přímek AB a CE . Urči $|\angle PDG|$.

ČAS: 3 HODINY 30 MINUT