Zpráva o 42. MMO

V termínu 1. – 14. července 2001 se uskutečnila v USA již 42. Mezinárodní matematická olympiáda (MMO). Této nejstarší mezinárodní předmětové soutěže, pro žáky středních škol se letos zúčastnil dosud největší počet soutěžích (473) z rekordního počtu 83 zemí všech kontinentů. Soutěž se konala na půdě George Mason University ve Washingtonu. České družstvo pro 42. MMO bylo sestaveno na základě výsledků III. (celostátního) kola 50. ročníku naší MO a dále na základě výsledků výběrového soustředění, na které bylo pozváno 10 vítězů III. kola MO. Letenky do Washingtonu si nakonec vybojovala tato šestice našich reprezentantů: *Jaroslav Hájek*, GMK v Bílovci, *Jan Herman*, G v Brně, tř. Kpt. Jaroše, *Jan Kynčl*, G v Jilemnici, *Tomáš Protivínský*, G v Brně, tř. Kpt. Jaroše, *Ondřej Suchý*, G v Plzni, Mikulášské nám. a *Martin Tancer* G Ch. Dopplera v Praze. Vedoucím české delegace byl *Doc. RNDr. Jaromír Šimša, CSc.* z MÚ AV ČR v Brně, družstvo doprovázel *RNDr. Jaroslav Švrček, CSc.* z PřF UP v Olomouci.

Oficiální zahájení soutěže se tentokrát konalo hned druhý den po příletu všech zúčastněných družstev do USA – 4. července, v den, kdy Spojené státy slaví Den nezávislosti. Večer po zahájení soutěže měli možnost všichni účastnící MMO sledovat slavnostní ohňostroj nad Washingtonem z říčních člunů na řece *Potomac*.

Soutěžními dny byly 8. a 9. červenec. Žákům byly předloženy, jako obvykle, dvě trojice soutěžních úloh, na jejichž řešení měli rezervováno vždy 4,5 hodiny čistého času. Za každou úlohu měli možnost získat maximálně 7 bodů.

Mezinárodní jury vybrala pro letošní ročník soutěže šest velmi náročných úloh. Hranice pro zisk některé z medailí byla proto i letos velmi nízká. Na bronzovou medaili stačil zisk 11 bodů, na stříbrnou 20 bodů a na zlatou medaili, kterou získalo 39 nejlepších, pak 30 bodů. Dva naši žáci získali v silné konkurenci bronzovou medaili, a to *Jan Kynčl* (16 b.) a *Martin Tancer* (14 b.). Dvěma dalším olympionikům – *Jaroslavu Hájkovi* (10 b.) a *Tomáši Protivínskému* (10 b.) unikla bronzová medaile o jediný bod. Oba však získali čestné uznání za úplné vyřešení aspoň jedné úlohy. Slavnostního vyhlášení výsledků, které se konalo v Kennedyho centru, se zúčastnil také nejznámější matematik současnosti – *Andrew Wiles*, který v roce 1994 podal úplné řešení více než 300 let starého Fermatova problému. Osobně pak předával zlaté medaile nejlepším soutěžícím.

O významu této celosvětové akce svědčí také fakt, že sponzorsky se na jejím zajištění podíleli významné americké firmy a instituce. Především pak The Akamai Foundation, The National Science Foundation, The Clay Mathematics Institute, Wolfram Research, Texas Instruments, National Security Agency, The Mathematical Association of America a další.

Organizátoři tak měli možnost pro všechny účastníky soutěže připravit bohatý doprovodný program. Kromě prohlídky nejatraktivnějších míst s samotném Washingtonu absolvovali soutěžící jednodenní výlet do Baltimoru, kde mj. navštívili jedno z největších mořských akvárií na světě.

Pro informaci uvádíme neoficiální pořadí zemí na 42. MMO (za názvem země je v závorce uveden její bodový zisk):

1. Čína (225), 2.-3. Rusko a USA (196), 4.-5. Bulharsko a Korea (185), 6. Kazachstán (168), 7. Indie (148), 8. Ukrajina (143), 9. Taiwan (141), 10. Vietnam (139), 11. Turecko (136), 12. Bělorusko (135), 13. Japonsko (134), 14. Německo (131), 15. Rumunsko (129), 16. Brazílie (120), 17. Izrael (113), 18.-19. Hong Kong a Polsko (107), 20. Maďarsko (104), 21.-22. Argentina a Thajsko (103), 23. Írán (102), 24. Kanada (100), 25. Austrálie (97), 26. Kuba (92), 27. Uzbekistán (91), 28. Singapore (87), 29. Řecko (86), 30.-32. Jugoslávie, Mongolsko a Velká Británie (79), ..., 43. Makedonsko (59), 44. Nový Zéland (58), 45. Česká republika (57), 46.-47. Itálie a Mexiko (56), 48. Slovensko (54), ..., 80. Lucembursko (4), 81. Kuvait (3), Paraguay (2), 83. Ekvádor (0).

Závěrem uvádíme texty všech šesti soutěžních úloh, které byly soutěžícím předloženy na 42. MMO:

1. Nechť O je střed kružnice opsané ostroúhlému trojúhelníku ABC. Bod P strany BC je patou výšky z vrcholu A. Předpokládejme, že $|\angle BCA| \geq |\angle ABC| + 30°$.

   Dokažte, že $|\angle CAB| + |\angle COP| < 90°$.

   (Korea)

2. Dokažte, že pro libovolná kladná reálná čísla a, b, c platí nerovnost
$$\frac{a}{\sqrt{a^2+8bc}} + \frac{b}{\sqrt{b^2+8ca}} + \frac{c}{\sqrt{c^2+8ab}} \geq 1\,.$$

   (Korea)

3. Matematické soutěže se zúčastnilo 21 dívek a 21 chlapců.

   - Každý soutěžící vyřešil nejvýše šest úloh.
   - Pro každou dívku a každého chlapce existuje alespoň jedna úloha, kterou vyřešili oba současně.

   Dokažte, že existuje úloha, kterou vyřešili alespoň tři dívky a alespoň tři chlapci.

   (Německo)

4. Nechť n je liché číslo větší než 1 a nechť $k_1, k_2, \ldots, k_n$ jsou daná celá čísla. Pro každou z $n!$ permutací $a = (a_1, a_2, \ldots, a_n)$ množiny $\{1, 2, \ldots, n\}$ označme
$$S(a) = \sum_{i=1}^{n} k_i a_i\,.$$

   Dokažte, že existují dvě permutace b, c ($b \neq c$), pro něž je číslo $n!$ dělitelem $S(b) - S(c)$.

   (Kanada)

5. V trojúhelníku ABC osa úhlu BAC protíná stranu BC v bodě P, osa úhlu ABC protíná stranu AC v bodě Q.

   Je známo, že $|\angle BAC| = 60^\circ$ a že $|AB| + |BP| = |AQ| + |QB|$.

   Určete velikosti vnitřních úhlů v trojúhelníku ABC.

   (Izrael)

6. Nechť pro celá čísla a, b, c, d platí $a > b > c > d > 0$, pro něž platí

$$ac + bd = (b + d + a - c)(b + d - a + c)\,.$$

   Dokažte, že $ab + cd$ není prvočíslo.

   (Bulharsko)

Vedení českého družstva děkuje přerovskému podniku PRECHEZA a.s. a dále společnosti AUTO NISSAN Kobliha v Přerově za vybavení celého týmu jednotným oblečením pro 42. MMO.

Jaroslav Švrček