Zpráva o 45. MMO

Zhruba měsíc před zahájením Letních olympijských her v Řecku se uskutečnil v jeho hlavním městě Aténách také 45. ročník Mezinárodní matematické olympiády (MMO). Této významné celosvětové soutěže, která se konala v termínu 4. – 18. července, se zúčastnil dosud největší počet soutěžících (486) z rekordního počtu 85 zemí.

České reprezentační družstvo pro 45. MMO bylo sestaveno na základě výsledků III. (celostátního) kola 53. ročníku české MO a dále na základě výsledků výběrového soustředění, na které bylo pozváno všech 9 vítězů III. kola MO. Právo reprezentovat naši republiku na 45. MMO v Aténách si nakonec vybojovala následující šestice středoškoláků: *Vítězslav Kala*, G v Brně, tř. Kpt. Jaroše, *Alexandr Kazda*, G v Praze 6, Nad Alejí, *František Konopecký*, G v Holešově, *Jaromír Kuben*, G v Brně, tř. Kpt. Jaroše, *Jan Moláček*, GJKT v Hradci Králové a *Marek Pechal*, G ve Zlíně, Lesní čtvrť. Vedoucím české delegace a zástupcem v jury byl *RNDr. Karel Horák, CSc.,* z MÚ AV ČR v Praze, jeho zástupcem a pedagogickým vedoucím byl *RNDr. Jaroslav Švrček, CSc.,* z PřF UP v Olomouci.

Oficiální zahájení soutěže se konalo v předvečer prvního z obou soutěžních dnů, kterými byly 12. a 13. červenec, v aténském Paláci kultury (Megaro Mousikis). Vlastní soutěž pak proběhla ve dvou velkých sálech Institutu matematiky Aténské university. Dlužno však podotknout, že především klimatické podmínky v obou sálech nebyly pro soutěž právě ideální.

Soutěžícím byly předloženy dvě trojice úloh, které vybrala mezinárodní jury na svém jednání v *Delfách* před zahájením soutěže. Na řešení každé trojice úloh měli žáci rezervovány (jako vždy) 4,5 hodiny čistého času a za každou úlohu měli možnost získat maximálně 7 bodů. Celková obtížnost vybraných úloh nastavila hranice pro zisk medailí. Pro zisk bronzové mediale bylo letos potřeba 16 bodů, na stříbrnou medaili 24 bodů a na zlatou medaili aspoň 32 bodů. Celkově 45 nejlepších soutěžících získalo zlatou medaili, přitom dva soutěžící z Ruska a po jednom z Maďarska a Kanady dosáhli maximálního počtu 42 bodů. V této velmi silné konkurenci získali dva naši soutěžící – *František Konopecký* (26 b.) a *Jan Moláček* (24 b.) – stříbrné medaile. Další dva – *Jaromír Kuben* (23 b.) a *Vítězslav Kala* (22 b.) – získali medaile bronzové. Zbývajícím dvěma našim reprezentantům se v soutěži už tak nedařilo. Tato skutečnost ovlivnila mj. naše umístění v neoficiálním pořadí družstev.

Slavnostního vyhlášení výsledků, které se konalo opět v Paláci kultury, se zúčastnili zástupci předních vědeckých a společenských institucí Řecka.

Organizátoři připravili pro všechny účastníky soutěže hodnotný doprovodný program. Kromě prohlídky centra Atén (olympijský stadion *Panathinaikos* z roku 1896, řecký parlament, nově vybudovaná olympijská sportoviště atd.) navštívili všichni účastníci MMO také aténskou dominantu – *Akropolis*. Během dvou jednodenních výletů shlédli soutěžící také další atraktivní památky antického Řecka (*Poseidonův chrám* na poloostrově Sounio, *Mykény*, přímořské městečko *Nauplios* a blízký přírodní amfiteátr *Epidauros*).

Neoficiální pořadí zemí na 45. MMO (za názvem země je v závorce uveden celkový bodový zisk družstva a počet Z-S-B medailí):

1. Čína (220, 6-0-0), 2. USA (212, 5-1-0), 3 Rusko (205, 4-1-1), 4. Vietnam (196, 4-2-0), 5. Bulharsko (194, 3-3-0), 6. Taiwan (190, 3-3-0), 7. Maďarsko (187, 2-3-1), 8. Japonsko (182, 2-4-0), 9. Írán (178, 1-5-0), 10. Rumunsko (176, 1-4-1), 11. Ukrajina (174, 1-5-0), 12. Korea (166, 2-2-2), 13. Bělorusko (154, 0-4-2), 14. Indie (151, 0-4-2), 15. Izrael (147, 1-1-4), 16. Polsko (142, 2-1-1), 17. Singapur (113, 0-3-3), 18. Moldavsko (140, 2-0-4), 19. Mongolsko (135, 0-3-2), 20. Velká Británie (134, 1-1-4), 21. - 24. Brazílie (132, 0-2-4), Kanada (132, 1-0-3), Kazachstán (132, 2-0-2) a Srbsko a Černá Hora (132, 0-2-3), 25. Německo (130, 0-3-1), 26. Řecko (136, 0-2-3), 27. Austrálie (125, 1-1-2), 28. Gruzie (123, 0-0-5), 29. Kolumbie (122, 0-2-2), 30. Hong Kong (120, 0-2-2), 31. Slovensko (119, 0-3-0), 32. Turecko (118, 0-2-3), 33. Jihoafrická republika (110, 0-3-1), 34. *Česká republika* (109, 0-2-2), 35. Thajsko (99, 0-0-4), 36. Arménie (98, 0-0-4), 37. Mexiko (96, 0-0-3), 38. Francie (94, 0-0-4), 39. Argentina (92, 1-0-2), 40. Chorvatsko (89, 0-0-3), …, 85. Saúdská Arábie (4, 0-0-0).

Závěrem uvádíme texty všech šesti soutěžních úloh, které byly žákům předloženy na 45. MMO:

1. Nechť ABC je ostroúhlý trojúhelník, v němž $|AB| \neq |AC|$. Kružnice sestrojená nad průměrem BC protíná strany AB a AC po řadě v bodech M a N. Označme O střed strany BC. Osy úhlů BAC a MON se protínají v bodě R. Dokažte, že kružnice opsané trojúhelníkům BMR a CNR procházejí společným bodem ležícím na straně BC.

   (Rumunsko)

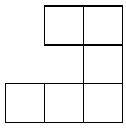
2. Najděte všechny mnohočleny $P(x)$ s reálnými koeficienty, jež splňují rovnost

$$P(a-b)+P(b-c)+P(c-a)=2\,P(a+b+c)$$

   pro všechna reálná čísla a, b, c taková, že $ab+bc+ca=0$.

   (Korea)

3. Nazvěme *dlaždicí* obrazec vytvořený ze šesti jednotkových čtverců jako na obrázku



anebo libovolný obrazec vzniklý jeho otočením či souměrností.

Určete všechny provoúhelníky $m \times n$, které lze dlaždicemi pokrýt tak, že

- pravoúhelník je pokryt bez mezer a překrytí;
- žádná část dlaždice nepokrývá plochu vně pravoúhelníku.

(Estonsko)

4. Nechť $n \geq 3$ je přirozené číslo. Nechť $t_1, t_2, \ldots, t_n$ jsou kladná reálná čísla taková, že

$$n^2 + 1 > (t_1 + t_2 + \ldots + t_n)\left(\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} + \ldots + \frac{1}{t_n}\right).$$

Ukažte, že t_i, t_j, t_k jsou délky stran trojúhelníku pro všechna i, j, k, kde $1 \leq i < j < k \leq n$.

(Korea)

5. V konvexním čtyřúhelníku $ABCD$ úhlopříčka BD nepůlí ani jeden z úhlů ABC, CDA. Bod P leží uvnitř čtyřúhelníku $ABCD$ a splňuje rovnosti

$$|\angle PBC| = |\angle DBA| \quad \text{a} \quad |\angle PDC| = |\angle BDA|.$$

Dokažte, že čtyřúhelník $ABCD$ je tětivový, právě když $|AP| = |CP|$.

(Polsko)

6. Přirozené číslo nazveme *alternující*, jestliže každé dvě jeho sousední číslice v jeho desítkovém zápise mají různou paritu.

Najděte všechna přirozená čísla n taková, že n má alternující násobek.

(Írán)

Vedení českého družstva děkuje pražské akciové společnosti TEZAS a dále přerovským akciovým společnostem EMOS a HANÁCKÁ KYSELKA za poskytnutou pomoc v souvislosti s vybavením celého týmu jednotným oblečením pro 45. MMO.

Jaroslav Švrček