Zpráva o 47. MMO

47. Mezinárodní matematická olympiáda (MMO) se uskutečnila v termínu 6. – 18. července 2006 ve slovinském hlavním městě – Ljubljani. Slovinsko, které má zhruba 2 miliony obyvatel, se tak stalo dosud nejmenší zemí, v níž se tato významná celosvětová soutěž nejlepších středoškolských studentů matematiky uskutečnila. Letos se soutěže zúčastnilo celkem 498 soutěžících z 90 zemí světa.

České reprezentační družstvo pro 47. MMO bylo již tradičně sestaveno na základě výsledků III. (ústředního) kola 55. ročníku české MO v kategorii A a dále na základě výsledků výběrového soustředění, které se uskutečnilo v polovině dubna v Kostelci nad Černými lesy. Dlužno zmínit, že výběr českého družstva pro letošní MMO byl podstatným způsobem ovlivněn skutečností, že termíny MMO a MFO se překrývaly. Tři z vítězů ústředního kola MO v kategorii A dali přednost atraktivnímu prostředí jihoasijského Singapuru, kde se MFO konala, a navíc absolutní vítěz III. kola překročil povolenou věkovou hranici pro účast na MMO. Na výběrové soustředění před 47. MMO byli proto kromě zbývajících šesti vítězů 55. ročníku MO v kategorii A přizváni také dva nejlepší úspěšní řešitelé III. kola.

Právo reprezentovat Českou republiku na 47. MMO ve Slovinsku si nakonec vybojovala (v uvedeném pořadí) následující šestice našich středoškoláků: *Jaroslav Hančl*, GMK Bílovec, *Zbyněk Konečný*, *Jakub Opršal*, *Vojtěch Říha*, všichni tři z G v Brně, tř. Kpt. Jaroše, *Pavel Šalom*, G Rožnov p. R. a *Jan Uhlík*, G Brno, tř. Kpt. Jaroše. Vedoucím české delegace a zástupcem v jury MMO byl *RNDr. Jaroslav Švrček, CSc.* z Přírodovědecké fakuly UP v Olomouci. Jeho zástupcem a pedagogickým vedoucím českého družstva byl *RNDr. Jaroslav Zhouf, Ph.D.* z Pedagogické fakulty UK v Praze.

ÚK MO a vedení českého družstva si na tomto místě dovolují upřímně poděkovat přerovské akciové společnosti Precheza za nezištnou pomoc při vybavení celého týmu jednotným oblečením pro 47. MMO ve Slovinsku.

Oficiální zahájení soutěže se uskutečnilo 11. července v kongresovém sále hotelu Union v Ljubljani (v předvečer prvního soutěžního dne). Následující dva dny byly soutěžícím předloženy dvě trojice úloh, které z došlých návrhů vybrala mezinárodní jury na svém jednání ve slovinském přímořském letovisku *Portorož* před zahájením soutěže. Na řešení každé trojice úloh měli žáci rezervovány (jako vždy) 4,5 hodiny čistého času a za každou úlohu měli možnost získat maximálně 7 bodů. Po koordinaci žákovských řešení, která proběhla následující dva dny ihned po soutěži, stanovila mezinárodní jury bodové hranice pro zisk medailí: bronzová medaile (15 – 18 bodů), stříbrná medaile (19 – 27 bodů) a zlatá medaile (28 – 42 body). Maximálního bodového zisku (42 bodů) dosáhli přitom pouze 3 soutěžící: *Zhiyu Liu* (Čína), *Jurij Borejko* (Moldavsko) a *Alexander Magazinov* (Rusko).

Naše družstvo dosáhlo v letošním roce průměrného výsledku. Tři naši soutěžící však v silné konkurenci získali bronzové medaile – *Zbyněk Konečný* a *Pavel Šalom* (oba 16 bodů) a *Jaroslav Hančl* (15 bodů). Zbývající tři naši reprezentati přivezli domů čestná uznání za bezchybné vyřešení jedné (u všech tří našich soutěžících první) soutěžní úlohy. Umístění českého družstva v neoficiálním pořadí zemí však nelze považovat za lichotivé. Celkový zisk 77 bodů nás po loňském vynikajícím výsledku, kdy české družstvo skončilo mezi nejlepšími dvaceti zeměmi, odsunul až do středu tabulky (viz níže).

Pro účastníky 47. MMO připravili organizátoři hodnotný doprovodný program. V rámci jednodenního výletu navštívili soutěžící slovinská přímořská letoviska *Portorož* a *Piran*. Během zpáteční cesty do Ljubljaně si prohlédli soutěžící světoznámé aragonitové jeskyně *Postojna*, které jsou veřejnosti přístupné od roku 1818, a blízký *Podjamský hrad*. Na závěr pobytu ve Slovinsku absolvovali všichni účastníci 47. MMO společný jednodenní výlet k *Bledskému jezeru* a do oblasti *Julských Alp*. Dopolední program byl spojen s prohlídkou *Bledského hradu*, který se tyčí přímo nad jezerem, a krátkou procházkou kolem tohoto jezera. Odpoledne pak strávili všichni účastníci MMO ve známém alpském středisku *Kranjska Gora* a jeho okolí. Během cesty bylo mj. možno spatřit také vrcholky dvou nejvyšších hor Julských Alp, kterými jsou *Triglav* a *Škrlatica*.

Slavnostní vyhlášení výsledků 47. MMO se konalo 17. července v Paláci kultury v Ljubljani (Cankarjev dom) za účasti *Dr. Janeze Potočnika*, evropského komisaře pro vědu a výzkum. Závěrečného ceremoniálu se zúčastnili také přední představitelé společenského života ve Slovinsku v čele s *Dr. Milanem Zverem*, ministrem školství a sportu Slovinska.

Neoficiální pořadí zemí na 47. MMO (za názvem země je v závorce uveden celkový bodový zisk družstva a počet Z-S-B medailí):

1. Čína (214, 6-0-0), 2. Rusko (174, 3-3-0), 3 Korea (170, 4-2-0), 4. Německo (157, 4-0-2), 5. USA (154, 2-4-0), 6. Rumunsko (152, 3-1-2), 7. Japonsko (146, 2-3-1), 8. Írán (145, 3-3-0), 9. Moldavsko (140, 2-1-3), 10. Taiwan (136, 1-5-0), 11. Polsko (133, 1-2-3), 12. Itálie (132, 2-2-0), 13. Vietnam (131, 2-2-2), 14. Hong Kong (129, 1-3-2), 15. - 16. Kanada (123, 0-5-1) a Thajsko (123, 1-3-2), 17. Maďarsko (122, 0-5-1), 18. Slovensko (118, 1-2-3), 19. - 20. Turecko (117, 0-4-1) a Velká Británie (117, 0-4-1), 21. Bulharsko (116, 0-4-1) 22. Ukrajina (114, 1-2-2), 23. Bělorusko (111, 0-3-2), 24. Mexiko (110, 1-2-1), 25. Izrael (109, 0-3-1), 26. Austrálie (108, 0-3-2), 26. Singapur (100, 0-2-3), 27. Francie (99, 1-0-3), …, 48 - 49. Ázerbájdžán (77, 0-1-1) a *Česká republika* (77, 0-0-3), …

Závěrem uvádíme texty všech šesti soutěžních úloh, které byly žákům předloženy na 47. MMO:

12. červenec 2006

1. Nechť I je střed kružnice vepsané trojúhelníku ABC a P jeho vnitřní bod, pro který platí
$$|\angle PBA| + |\angle PCA| = |\angle PBC| + |\angle PCB|\,.$$
Dokažte, že $|AP| \geq |AI|$, přičemž rovnost nastane, právě když $P = I$.

(Korea)

2. Nechť P je pravidelný 2006-úhelník. Jeho úhlopříčka je *dobrá*, jestliže její koncové body dělí hranici mnohoúhelníku P na dvě části, z nichž každá je tvořena lichým počtem jeho stran. Každá strana mnohoúhelníku P je rovněž *dobrá*.

   Předpokládejme, že mnohoúhelník P je rozdělen na trojúhelníky 2003 úhlopříčkami, z nichž žádné dvě nemají společný bod uvnitř P. Určete, jaký je největší možný počet rovnoramenných trojúhelníků, které mají v uvažovaném rozdělení mnohoúhelníku P dvě dobré strany.

(Srbsko)

3. Určete nejmenší reálné číslo M takové, že nerovnost
$$\left|ab(a^2-b^2)+bc(b^2-c^2)+ca(c^2-a^2)\right| \leq M(a^2+b^2+c^2)^2$$
platí pro všechna reálná čísla a, b, c.

(Irsko)

13. červenec 2006

4. Určete všechny dvojice (x, y) celých čísel, pro něž platí
$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2\,.$$

(USA)

5. Nechť $P(x)$ je polynom stupně $n > 1$ s celočíselnými koficienty a k nechť je přirozené číslo. Uvažujme polynom $Q(x) = P(P(\ldots P(P(x))\ldots))$, kde P je v zápise použito k-krát. Dokažte, že existuje nejvýše n celých čísel t, pro něž platí $Q(t) = t$.

(Rumunsko)

6. Každé straně b konvexního mnohoúhelníku P přiřadíme maximální obsah trojúhelníku, který celý leží v P a jehož jedna strana je b. Dokažte, že součet obsahů přiřazených všem stranám mnohoúhelníku P není menší než dvojnásobek obsahu mnohoúhelníku P.

(Srbsko)

Jaroslav Švrček