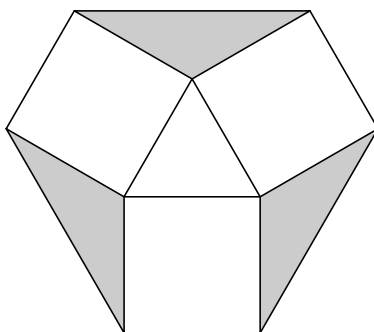


## II. kolo kategorie Z6

## Z6–II–1

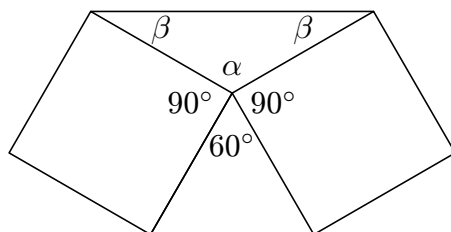
Ze tří shodných šedivých trojúhelníků a tří shodných čtverců jsme složili (bez překrývání) útvar znázorněný na obrázku. V jeho středu se nachází trojúhelníkový otvor s obsahem  $2\text{ cm}^2$ .

- Zjistí velikost vnitřních úhlů šedivého trojúhelníku.
- Jaký je obsah šedivé plochy na obrázku?



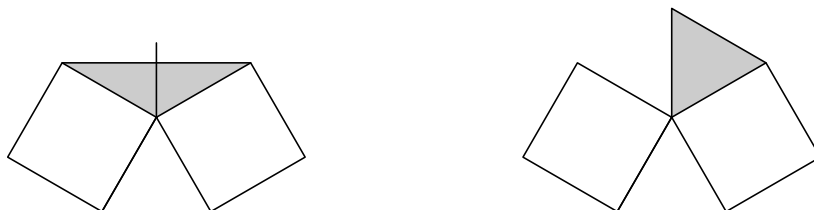
ŘEŠENÍ. Je zřejmé, že šedivé trojúhelníky jsou rovnoramenné. Trojúhelník uprostřed je rovnostranný (každý jeho vnitřní úhel je  $60^\circ$ ).

- Všechny vnitřní úhly ve čtverci jsou  $90^\circ$ . Doplňme tyto údaje do obrázku.



Odtud již snadno dopočítáme, že  $\alpha = 120^\circ$  a  $\beta = 30^\circ$ .

- Pokud „rozřízneme“ šedivý trojúhelník na dvě stejné části a jednu z nich přesuneme, dostaneme šedivý rovnostranný trojúhelník (viz obrázek).



Plocha šedivého trojúhelníku je stejná jako plocha trojúhelníkové díry uprostřed. Odtud plyne, že obsah šedivé plochy je  $6\text{ cm}^2$ .

[za určení úhlů – 2 body, za určení šedivé plochy – 4 body]

### Z6-II-2

Čtvrtina žáků třídy jsou neplavci. Polovina neplavců se přihlásila do plaveckého kurzu. Čtyři neplavci se do kurzu nepřihlásili. Kolik žáků ve třídě umí plavat a kolik je celkem ve třídě žáků?

ŘEŠENÍ. Čtyři neplavci, kteří se nepřihlásili do kurzu tvoří polovinu neplavců, tj. neplavců je celkem 8. Neplavci představují čtvrtinu žáků třídy, tj. ve třídě je 24 plavců (trojnásobek počtu neplavců). Celkem je ve třídě 32 dětí.

[určení počtu neplavců – 2 body, celkový počet žáků – 4 body]

### Z6-II-3

Vícemístné číslo se nazývá *optimistické*, pokud jeho číslice zleva doprava rostou. Pokud číslice čísla zleva doprava klesají, říkáme, že je to číslo *pesimistické*. Najdi všechna optimistická čísla, pro která současně platí:

- ▷ aritmetický průměr číslic daného čísla je 7,
- ▷ pokud v tomto čísle vyměníme první číslici s poslední, dostaneme pesimistické číslo.

ŘEŠENÍ. Pokud záměnou první a poslední číslice se optimistické číslo změní na číslo pesimistické, je zřejmé, že takové číslo má nejvýše tři číslice.

a) dvojmístná čísla: Pouze dvě dvojice čísel (5,9) a (6,8) splňují podmínku, že jejich aritmetický průměr je 7. Odtud dostáváme, že hledaná optimistická čísla jsou 59 a 68.

b) trojmístná čísla: Aby vyšel aritmetický průměr tří číslic 7, musí být jejich součet 21. Najdeme všechny vhodné rozklady čísla 21. Jsou to trojice (9,8,4), (9,7,5) a (8,7,6). Odtud dostáváme, že hledaná optimistická čísla jsou: 59, 68, 489, 579 a 678.

[za zdůvodnění, že jde pouze o dvojmístná a trojmístná čísla – 1 bod, za každé správné číslo – 1 bod]