

II. kolo kategorie Z5

Z5–II–1

Maminka zavařuje švestky do sklenic tak, že švestky z jedné sklenice jí vystačí buď na 16 šátečků, nebo na 4 koláčky, nebo na polovinu plechu ovocných řezů.

Ve spíži má 4 takové sklenice a chce upéct jeden plech ovocných řezů a 6 koláčků. Na kolik šátečků jí vystačí zbylé švestky? (M. Petrová)

Možné řešení. Nejprve zjistíme, kolik kterých dobrot lze připravit ze všech švestek:

- Čtyři sklenice švestek vystačí na $4 \cdot \frac{1}{2} = 2$ celé plechy ovocných řezů.
- Čtyři sklenice švestek vystačí na $4 \cdot 4 = 16$ koláčků.
- Čtyři sklenice švestek vystačí na $4 \cdot 16 = 64$ šátečků.

Ve spotřebě švestek tedy platí rovnosti:

$$2 \text{ plechy} = 16 \text{ koláčků} = 64 \text{ šátečků.}$$

Když maminka spotřebuje švestky na jeden plech ovocných řezů, spotřebuje polovinu všech švestek. Zbydou tak švestky na

$$1 \text{ plech} = 8 \text{ koláčků} = 32 \text{ šátečků.}$$

Když spotřebuje ještě švestky na 6 koláčků, zbylé švestky už vystačí jen na 2 koláčky, tedy na čtvrtinu předchozího množství. Ze zbylých švestek tedy lze upéct

$$2 \text{ koláčky} = 8 \text{ šátečků.}$$

Návrh hodnocení. 2 body za vyjádření množství jednotlivých druhů, které lze upéct ze všech švestek; po 1 bodu za vyjádření spotřeby švestek na 1 plech a 6 koláčků; 2 body za vyjádření spotřeby švestek na šátečky a závěr.

Poznámka. Úvodní převodní vztahy lze zapsat také takto:

$$1 \text{ plech} = 8 \text{ koláčků, } 1 \text{ koláček} = 4 \text{ šátečky.}$$

Předchozí úvahy pak lze zjednodušit následovně:

Po upečení plechu ovocných řezů zbydou švestky na 1 plech, tzn. na 8 koláčků. Po upečení dalších 6 koláčků zbydou švestky na 2 koláčky, tzn. na 8 šátečků.

U takového postupu hodnoťte po 2 bodech každý ze tří uvedených kroků.

Jiné řešení. Spotřebu švestek budeme počítat ve sklenicích:

Protože jedna sklenice švestek vystačí na polovinu plechu ovocných řezů, na jeden plech jsou potřeba dvě sklenice. Pro další použití tak zbývají 2 sklenice.

Protože jedna sklenice vystačí na 4 koláčky, na 6 koláčků je potřeba jeden a půl sklenice. Pro další použití tak zbývá půl sklenice.

Protože jedna sklenice vystačí na 16 šátečků, ze zbylé poloviny lze upéct 8 šátečků.

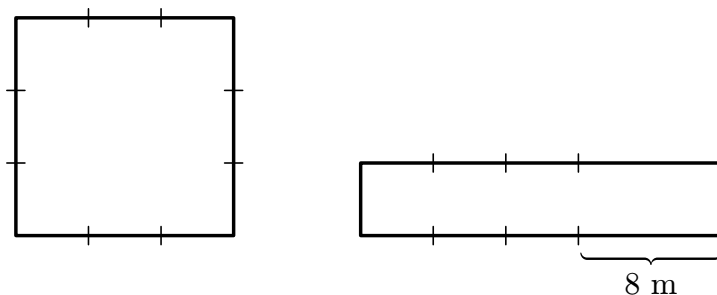
Návrh hodnocení. 2 body za poznatek, že upečením plechu zbydou dvě sklenice; 2 body za poznatek, že po upečení dalších šesti koláčků zbyde polovina sklenice; 2 body za dopočítání a závěr.

Z5–II–2

Strýček Ferda měl dvě zahrady: mrkvová měla tvar čtverce, jahodová měla tvar obdélníku. Přitom šířka jahodové zahrady byla třikrát menší než šířka mrkvové zahrady a délka jahodové zahrady byla o 8 metrů delší než délka mrkvové zahrady.

Když strýček zahrady oplotil, zjistil, že obě měly stejný obvod. Určete rozměry mrkvové a jahodové zahrady. (E. Novotná)

Možné řešení. Jahodová zahrada byla čtvercová, proto její délka byla stejná jako její šířka, a tento rozměr byl roven trojnásobku šířky jahodové zahrady. Ze zadání navíc víme, že délka jahodové zahrady byla o 8 metrů delší než trojnásobek její šířky.



Obvody obou zahrad vyjádřené pomocí šířky jahodové zahrady tedy byly

obvod mrkvové zahrady = $12 \times$ šířka jahodové zahrady,

obvod jahodové zahrady = $8 \times$ šířka jahodové zahrady + 16 metrů.

Protože obě zahrady měly stejný obvod, platilo, že

$$12 \times \text{šířka jahodové zahrady} = 8 \times \text{šířka jahodové zahrady} + 16 \text{ metrů.}$$

Odtud vyplývá, že šířka jahodové zahrady byla $16 : 4 = 4$ metry. Tedy rozměry mrkvové zahrady byly 12×12 metrů a rozměry jahodové zahrady byly 20×4 metry.

Návrh hodnocení. 2 body za vyjádření délky jahodové zahrady pomocí její šířky; 2 body za vyjádření obvodů obou zahrad; 1 bod za vyjádření šířky jahodové zahrady; 1 bod za rozměry obou zahrad.

Z5–II–3

Jeden měsíc měl čtyři pondělky, pět nedělí a jeden pátek třináctého.

Na který den v týdnu připadl toho roku Nový rok? Kterým dnem v týdnu bude Nový rok v roce následujícím? (M. Volfová)

Možné řešení. Protože v pátek bylo 13., muselo být v neděli 15. a v pondělí 16. Na neděle tak připadají data 1., 8., 15., 22., 29. a na pondělky připadají data 2., 9., 16., 23., případně 30. Protože v uvažovaném měsíci bylo pět nedělí a čtyři pondělky, měl tento měsíc právě 29 dnů, jednalo se tudíž o únor v přestupném roce.

Z předchozího víme, že 1. února byla neděle, proto 31. ledna byla sobota. Ostatní lednové soboty byly 24., 17., 10. a 3. Nový rok v uvažovaném roce tedy byl ve čtvrtek.

Přestupný rok má 366 dní, tj. 52 plných týdnů a dva dny navíc ($366 = 52 \cdot 7 + 2$).
Nový rok v následujícím roce tedy bude v sobotu.

Návrh hodnocení. 3 body za zjištění, že šlo o únor v přestupném roce; 2 body za zjištění, že Nový rok v uvažovaném roce byl ve čtvrtek; 1 bod za zjištění, že Nový rok v následujícím roce bude v sobotu.