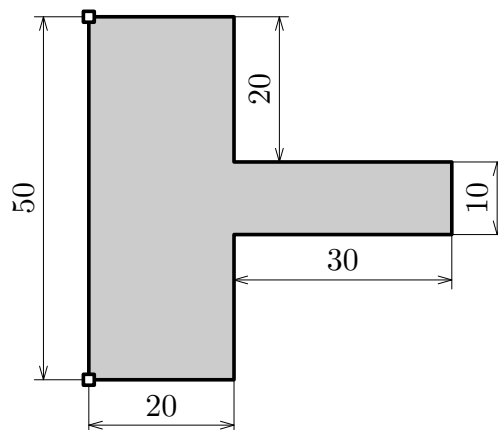


II. kolo kategorie Z7

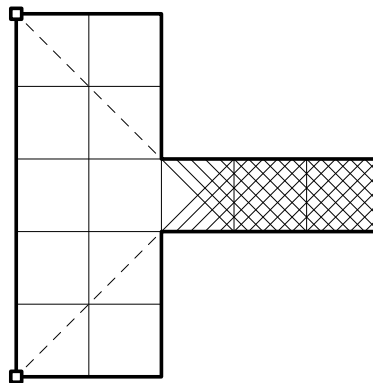
Z7–II–1

Dva strážci dohlíží na pořádek v místnosti, jejíž půdorys a rozměry jsou znázorněny na obrázku. Každé dvě sousední stěny jsou navzájem kolmé, rozměry jsou uvedeny v metrech. Strážci stojí v rozích označených čtverečky.

Jak velká je část místnosti, na kterou ze svého místa nedohlédne ani jeden ze strážců?
(E. Semerádová)



Možné řešení. Celou místnost lze rozdělit na čtverce se stranou 10 metrů jako na obrázku. Části místnosti, které nevidí jednotliví strážci, jsou vyznačeny šrafováním dvojího druhu. Ta část, na kterou nedohlédne ani jeden, je tedy šrafovaná dvojitě:



Mezní čáry šrafování jsou úhlopříčkami čtverce z pomocného dělení. Dvojitě šrafovaná část sestává ze dvou a čtvrt neboli $\frac{9}{4}$ čtverce. Plocha části místnosti, na kterou nevidí ani jeden ze strážců, je

$$\frac{9}{4} \cdot 100 = 9 \cdot 25 = 225 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Poznámka. Celá místnost sestává ze 13 čtverců pomocného dělení. Jiná správná odpověď na otázku ze zadání je, že část místnosti, na kterou nevidí ani jeden ze strážců, tvoří $\frac{9}{4 \cdot 13} = \frac{9}{52}$ celé místnosti.

Hodnocení. 3 body za znázornění příslušné části a pomocné dělení; 3 body za dořešení úlohy a výsledek.

Z7–II–2

Anna a Josef jsou manželé s jedenácti potomky. Průměrný věk jejich dvou dětí je 63 let, průměrný věk jejich čtyř vnoučat je 35 let a průměrný věk jejich pěti pravnoučat je 4 roky. Annin věk je třiapůlkrát větší než průměrný věk všech jedenácti potomků. Pokud se dožijí, bude za pět let průměrný věk Anny a Josefa rovných 100 let.

Kolik let je Anně a kolik Josefovi? (E. Semerádová)

Možné řešení. Součet věků všech potomků je

$$2 \cdot 63 + 4 \cdot 35 + 5 \cdot 4 = 286 \text{ let.}$$

Jejich průměrný věk je $286 : 11 = 26$ let. Tedy Anně je $3,5 \cdot 26 = 91$ let.

Za pět let bude Anně 96 let. Aby průměrný věk Anny a Josefa byl 100 let, Josefovi za pět let bude 104 let. Tedy nyní je Josefovi 99 let.

Poznámka. Informaci o průměrném věku Anny a Josefa lze zapsat takto:

$$(91 + 5 + j + 5) : 2 = 100,$$

kde j značí nynější věk Josefa. Odtud po úpravě vyplývá, že $j = 99$.

Hodnocení. 3 body za průměrný věk všech potomků; 1 bod za Annin věk; 2 body za Josefův věk.

Z7–II–3

Na turnaji se sešly týmy Akouska, Bovenska, Colska a Demecka. Každý tým se utkal s každým přesně jednou. Vítězný tým dostal tři body, poražený tým nedostal žádný bod, při nerozhodném výsledku dostal každý z remizujících týmů po jednom bodě. Po odehrání všech šesti zápasů mělo Akousko 7 bodů, Bovensko 4 body, Colsko 3 body a Demecko 2 body.

- a) Kolik zápasů skončilo remízou?
- b) Jak dopadl zápas Bovenska s Colskem?

(J. Tkadlec)

Možné řešení. Názvy týmů zkracujeme na A, B, C a D. Každý tým hrál tři zápasy se zbylými týmy, za každý zápas mohl získat 0, 1, nebo 3 body. Rozdělení bodů pro týmy A, B a D je tedy dáno jednoznačně, pro tým C jsou dvě možnosti:

$$7 = 3 + 3 + 1, \quad 4 = 3 + 1 + 0, \quad 3 = 3 + 0 + 0 = 1 + 1 + 1, \quad 2 = 1 + 1 + 0.$$

Jeden bod vždy dostávají dva týmy, tedy celkový počet jedniček v předchozích rozkladech musí být sudý. V rozkladech 7, 3 a 2 (tedy v ziscích týmů A, B a D) jsou celkem čtyři jedničky. Proto tým C svoje 3 body musel získat takto:

$$3 = 3 + 0 + 0.$$

Odtud také vyplývá, že remízou skončily dva zápasy.

Tým D remizoval dvakrát a týmy A i B jednou. Tedy tým D remizoval s týmy A a B.

Tým A jednou remizoval a dvakrát vyhrál. Přitom remizoval s týmem D, tedy vyhrál nad týmy B a C.

Tým B jednou prohrál, jednou remizoval a jednou vyhrál. Přitom prohrál s týmem A a remizoval s týmem D, tedy vyhrál nad týmem C.

Poznámka. Z uvedeného lze sestavit tabulku všech zápasů:

	A	B	C	D	celkem
A	–	3	3	1	7
B	0	–	3	1	4
C	0	0	–	3	3
D	1	1	0	–	2

Odpověď na otázku a) lze odvodit také takto: Celkem bylo v turnaji rozděleno $7 + 4 + 3 + 2 = 16$ bodů. Pokud by žádný zápas neskončil remízou, bylo by celkem rozděleno $6 \cdot 3 = 18$ bodů. Každá remíza do celkového součtu přispívá dvěma body (tj. o jeden bod méně než výhra), tedy remízou skončily dva zápasy.

Hodnocení. Po 2 bodech za odpověď na každou z otázek a) a b); 2 body za kvalitu komentáře.