

Návodné a doplňující úlohy pro kategorii Z5

Z5–I–1

V naší ulici bydlí Čapkovi a Němcovi. Čapkovi mají dva syny, Karlíka a o dva roky staršího Pepíka. Němcovi mají dceru Bóžu. Narozeniny všech tří dětí slavívají obě rodiny společně, a to v den Karlíkových narozenin. Při letošní oslavě byla Bóža třikrát starší než Karlík. Za tři roky bude Karlíkovi a Pepíkovi dohromady stejně jako bude Bóže.

Kolik let bylo dětem při letošní oslavě?

(M. Petrová)

NÁVODNÉ A DOPLŇUJÍCÍ ÚLOHY

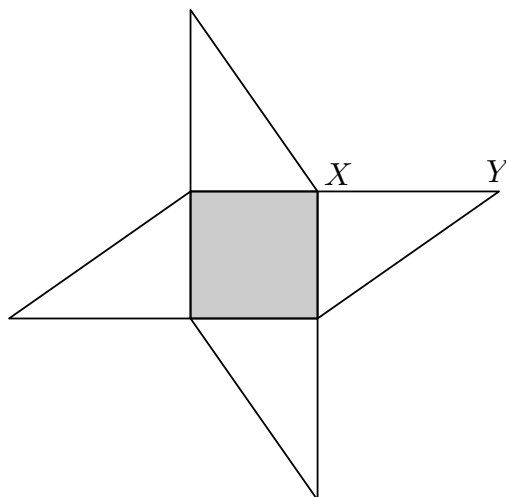
- N1. Pankrác je o 3 roky mladší než Servác. Bonifác je čtyřikrát starší než Pankrác. Kolik let je všem třem klukům dohromady, když Pankrácovi je 1 rok? Kolik let jim bude dohromady za rok?
- N2. Linda je o 8 let mladší než Hanka. Hanka je pětkrát starší než Linda. Kolik je každé z dívek let?
- N3. Tři sourozenci Jarek, Ládík a Patrik se narodili na Hromnice v třech po sobě jdoucích letech. Za dva roky jim dohromady bude 30 let. Kolik bude nejstaršímu z nich příští rok?
- N4. Letos na Vánoce je Silvě a Terce dohromady o devět let méně než Uršule. Za kolik let na Vánoce bude Silvě a Terce dohromady víc než Uršule?
- D1. Martin a Nina v pondělí ráno dostali každý svůj pytlík se stejným počtem bonbónů. Martin každý všední den snědl stejný počet bonbónů, až mu na víkend žádný nezbyl. Nina ujíдалa bonbóny celý týden, také každý den stejný počet, a v neděli byl i její pytlík prázdný. Kolik nejméně bonbónů mohlo být v každém pytlíku?

Z5–I–2

Na obrázku je šedý čtverec se stranou délky 10 cm. Čtverec doplňují čtyři stejné pravoúhlé trojúhelníky do tvaru hvězdy. Součet obsahů těchto čtyř trojúhelníků je čtyřnásobkem obsahu čtverce.

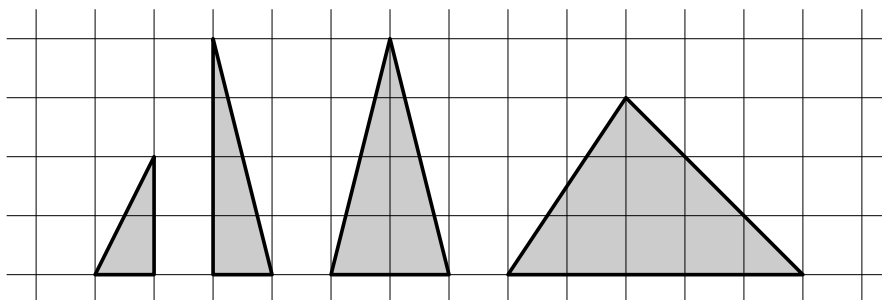
Určete délku strany XY .

(E. Semerádová)



NÁVODNÉ A DOPLŇUJÍCÍ ÚLOHY

- N1. Čtverec o straně 1 cm se nazývá *jednotkový*. Jednotkový čtverec má obsah 1 centimetr čtvereční, což se značí 1 cm^2 . Kolik centimetrů čtverečních má čtverec, který má středy stran ve vrcholech jednotkového čtverce?
- N2. Obdélník je třikrát delší než širší a jeho obsah je 75 cm^2 . Kolik centimetrů měří jeho kratší strana?
- N3. Čtverec $ABCD$ má strany délky 6 cm. Střed strany AD označíme E a střed strany BC označíme F . Určete obsahy trojúhelníků ABE , BFE , EFD a FCD .
- N4. Trojúhelníky na obrázku mají vrcholy v uzlových bodech jednotkové čtvercové sítě. Určete jejich obsahy.



- D1. Pravoúhlý trojúhelník má odvěsny délek 1 cm a 2 cm. Jeho obsah je 1 cm^2 , tedy v centimetrech čtverečních je vyjádřen celým číslem. Vladan prodloužil obě odvěsny tohoto trojúhelníku o stejný celočíselný počet centimetrů. Je možné, aby obsah Vladanova trojúhelníku v cm^2 nebyl vyjádřen celým číslem?

Z5–I–3

V následujícím příkladu je pětkrát použito znaménko $+$ a výsledek je násobkem tří:

$$9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 = 39.$$

Změňte dvě ze znamének $+$ na znaménko $-$ tak, aby výsledek nového příkladu byl opět násobkem tří. Najděte všechny možnosti. (E. Semerádová)

NÁVODNÉ A DOPLŇUJÍCÍ ÚLOHY

- N1. Která z následujících čísel lze beze zbytku dělit třemi?

$$30, \quad 45, \quad 777, \quad 9999.$$

- N2. Místo hvězdičky doplňte do $30 + *$ a $30 - *$ jedno z čísel 1, 2, 3, 4, 5, 6 tak, aby výsledky obou výpočtů bylo možné beze zbytku dělit třemi. Najděte všechna řešení.
- N3. Místo hvězdičky doplňte do $30 + *$ a $30 - *$ jedno z čísel 1, 2, 3, 4, 5, 6 tak, aby výsledky obou výpočtů bylo možné beze zbytku dělit čtyřmi. Najděte všechna řešení.
- N4. Místo hvězdičky doplňte do $32 + *$ a $32 - *$ jedno z čísel 1, 2, 3, 4, 5, 6 tak, aby výsledky obou výpočtů bylo možné beze zbytku dělit pěti. Najděte všechna řešení.
- D1. Kolik z následujících třiceti součtů lze beze zbytku dělit třemi?

$$1 + 2, \quad 2 + 3, \quad 3 + 4, \quad \dots, \quad 29 + 30, \quad 30 + 31.$$

Z5–I–4

Pinocchio tvrdí, že číslo dne v datu jeho narození lze beze zbytku dělit třemi, čtyřmi, pěti a šesti. Tři z těchto čtyř informací jsou pravdivé, jedna je nepravdivá.

Kolikátý den v měsíci může mít Pinocchio narozeniny? Určete všechny možnosti.
(E. Novotná)

NÁVODNÉ A DOPLŇUJÍCÍ ÚLOHY

N1. Pro následující dvojice čísel uvažte jejich společné násobky a napište pět nejmenších:

- a) dva a tři,
- b) tři a čtyři,
- c) tři a šest.

N2. Jak bez dělení poznáme, že tisícimístné přirozené číslo lze beze zbytku dělit dvěma?

N3. Kterými jednomístnými přirozenými čísly nelze číslo 84 dělit beze zbytku?

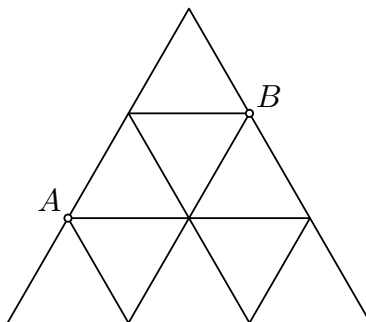
D1. Kolik čísel mezi 11 a 20 je násobkem právě čtyř přirozených čísel?

D2. Najděte tři nejmenší přirozená čísla, která lze beze zbytku dělit čtyřmi a šesti, ale nelze je beze zbytku dělit dvaceti čtyřmi.

Z5–I–5

V síti stezek vyznačených na obrázku má každá stezka mezi sousedními křižovatkami délku 1 km.

Kolik cest dlouhých nanejvýš 3 km vede po stezkách z místa A do místa B?
(E. Semerádová)

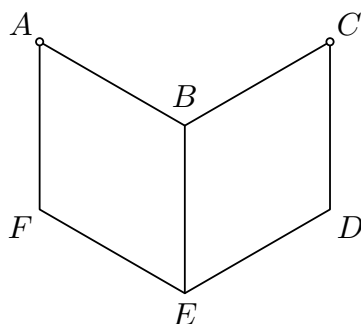


NÁVODNÉ A DOPLŇUJÍCÍ ÚLOHY

N1. Kolik cest v zadání soutěžní úlohy z bodu A do bodu B má délku a) 1 km; b) 2 km? Vymyslete zápis, který jednoznačně každou z možných cest popíše.

N2. Bob se chystá na výlet. Z parkoviště k vodopádu vedou 3 cesty. Od vodopádu k rozhledně vedou 4 cesty. Kolika způsoby může Bob dojít po cestách z parkoviště kolem vodopádu k rozhledně? (Bob se nevrací ani na parkoviště, ani k vodopádu.)

N3. Znázorněné úsečky mají ve skutečnosti délku 1 m. Z bodu A do bodu C máme po úsečkách ujit trasu dlouhou přesně 4 m. Kolika způsoby to lze provést, aniž by některá úsečka byla použita dvakrát?



- D1. Šnek Neposeda leze po obvodu rovnostranného trojúhelníku ABC . Začíná z vrcholu A , směr lezení mění pouze ve vrcholech trojúhelníku a končí opět ve vrcholu A . Kolika způsoby může v součtu ulézt délku a) čtyř; b) pěti stran trojúhelníku?
- D2. Poník běhá po obvodu čtverce $ABCD$ se stranou délky 100 m. Vždy vyběhne z vrcholu A a tam se i vrátí. Jenom v tomto bodě může také měnit směr obíhání čtverce. Kolik metrů měří sedmý nejkratší poníkův běh podle těchto pravidel?

Z5–I–6

Andělka navléká na nit bez mezer za sebe korálky tří různých tvarů A , B , C . Postupuje tak, že tvary střídá ve stále stejném pořadí a postupně zvyšuje počty tvarů ve skupinách:

$ABCAABBCCAAABBBCCCAAAABBBBCCCC\dots$

Korálek tvaru A zabírá 5 mm nitě, korálek tvaru B zabírá 4 mm, korálek tvaru C zabírá 3 mm.

Kolik korálků potřebuje Andělka k výrobě náhrdelníku dlouhého alespoň 50 cm?

(L. Dedková)

NÁVODNÉ A DOPLŇUJÍCÍ ÚLOHY

- N1. Maruška měla jednu korunu, dvě dvoukoruny, pět pětikorun, deset desetikorun a dvacet dvacetikorun. Jakou částku v mincích měla?
- N2. Toník měl koruny, dvoukoruny, pětikoruny a desetikoruny, od každého druhu alespoň jeden kus. V korunách měl stejnou částku jako v desetikorunách a ve dvoukorunách měl stejnou částku jako v pětikorunách. Kolik nejméně měl Toník mincí?
- N3. Miloš měl několik korun, pět dvoukorun, několik pětikorun a sedm desetikorun v celkové hodnotě 93 Kč. Kolik nejméně měl Miloš mincí?
- D1. Dana měla 2 jablka, 3 hrušky a 4 nektarinky. Ema měla od každého z těchto druhů ovoce dvakrát tolik, co Dana. Fína měla hrušek o jednu víc než jablek a o jednu méně než nektarinek. Celkem děvčata měla 20 nektarinek. Kolik měla dohromady jablek?

Návodné a doplňující úlohy pro kategorii Z6

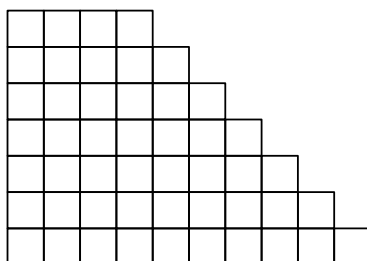
Z6–I–1

Pan Vaflička smaží a prodává koblížky, pan Koblížek peče a prodává vafličky. Oba cukráři mají každý týden otevřeno od pondělí do pátku. Libuška u nich kupuje každé pondělí dvě vafličky a jeden koblížek, každé úterý tři koblížky a jednu vafličku, každou středu čtyři koblížky, každý čtvrtek tři vafličky a každý pátek dva koblížky a dvě vafličky. Pan Koblížek si jednoho dne všiml, že od prvního pondělí tohoto měsíce prodal Libušce celkem 30 vafliček.

Kolik koblížků prodal Libušce za stejné období pan Vaflička? (M. Petrová)

NÁVODNÉ A DOPLŇUJÍCÍ ÚLOHY

- N1. Líba snědla v pondělí 2 bonbóny. Každý následující den až do neděle pak snědla o 1 bonbón víc než předchozí den. Kolik bonbónů snědla za celý týden?
- N2. Milan pojídal jablka od pondělí do neděle. Každý den snědl o 1 jablko víc než předchozí den a celkem za týden snědl 49 jablek. Kolik jablek snědl za víkend?
- N3. Eva diktovala přirozená čísla od 1 do 100. Petr z diktovaných čísel zapisoval jen násobky tří. Když zapsal jedenáct čísel, převzal zapisování Pavel. Ten z diktovaných čísel zapisoval jen násobky sedmi. Kolik čísel celkem chlapci zapsali?
- N4. Letos na Nový rok začal Jarda běhat. Každé pondělí a čtvrtek uběhne 4 km, každé úterý a pátek uběhne 5 km, každou středu a sobotu 6 km a každou neděli uběhne 7 km. Jednou po běhání si všiml, že v součtu uběhl přesně 100 km. Kterým dnem v týdnu začal letošní rok?
- D1. Kolik malých bílých čtverců je na obrázku? Najděte co nejvíce způsobů, jak čtverce spočítat, a zamyslete se nad obecnějším zadáním s více řádky.

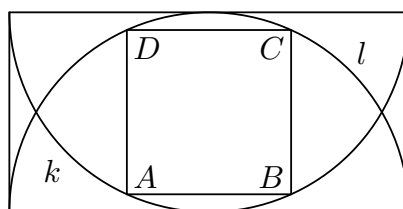


Z6–I–2

V obdélníku se stranami délek 4 cm a 8 cm jsou dány půlkružnice k a l , jejichž krajní body leží ve vrcholech obdélníku.

Sestrojte čtverec $ABCD$ tak, aby vrcholy A a B ležely na půlkružnici k , vrcholy C a D ležely na půlkružnici l a strany čtverce byly rovnoběžné se stranami obdélníku.

(K. Pazourek)



NÁVODNÉ A DOPLŇUJÍCÍ ÚLOHY

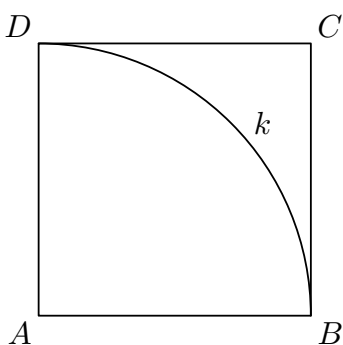
N1. Určete velikost úhlu, který ve čtverci svírají:

- dvě sousední strany,
- strana a úhlopříčka,
- dvě úhlopříčky.

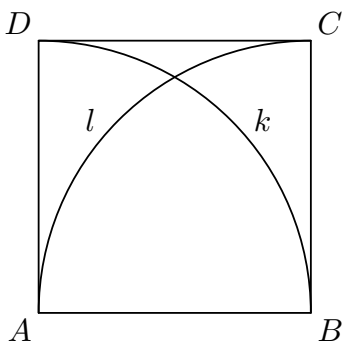
N2. Sestrojte čtverec $ABCD$, je-li dáno:

- strana AB ,
- úhlopříčka AC ,
- středů protilehlých stran S_{AB} a S_{CD} ,
- vrchol A a čtverci opsaná kružnice k .

N3. Na obrázku je čtverec $ABCD$ a čtvrtkružnice k se středem A a krajními body B a D . Sestrojte čtverec $AKLM$ tak, aby $K \in AB$, $L \in k$, $M \in AD$.



D1. Na obrázku je čtverec $ABCD$ a dvě čtvrtkružnice k , l se středy a krajními body ve vrcholech čtverce. Sestrojte čtverec $KLMN$ tak, aby $KL \subset AB$, $M \in k$, $N \in l$.



D2. Jsou dány kružnice k a l , které mají stejné poloměry a navzájem se protínají. Sestrojte všechny čtverce $ABCD$ takové, že $A, B \in k$ a $C, D \in l$.

Z6–I–3

Pětímístným palindromem myslíme takové pětímístné číslo, které má na místě jednotek stejnou číslici jako na místě desetitisíců a na místě desítek stejnou číslici jako na místě tisíců.

Najděte nejmenší pětímístný palindrom dělitelný 36.

(I. Jančígová)

NÁVODNÉ A DOPLŇUJÍCÍ ÚLOHY

N1. U následujících čísel určete, zda jsou dělitelná dvěma, třemi, čtyřmi, šesti, devíti, dvanácti, osmnácti nebo třiceti šesti:

48, 54, 60, 72, 108.

N2. Rozhodněte o pravdivosti následujících tvrzení:

- a) Když je číslo dělitelné dvěma a osmnácti, pak je dělitelné třiceti šesti.
- b) Když je číslo dělitelné třemi a dvanácti, pak je dělitelné třiceti šesti.
- c) Když je číslo dělitelné čtyřmi a devíti, pak je dělitelné třiceti šesti.

N3. Kolik existuje čtyřmístných palindromů dělitelných čtyřmi?

N4. Kolik existuje trojmístných palindromů dělitelných devíti a větších než 300?

D1. Dva dělitele d a e daného čísla n nezmene *sesterskými*, jestliže číslo n dělí součin $d \cdot e$. Kolik dvojic sesterských dělitelů má číslo 24?

Z6–I–4

Šárka s Lubošem společně zasadili 70 tulipánů různých barev. Šárka nesázela žluté tulipány a pět devítin těch, které zasadila, byly červené. Luboš nesázel červené tulipány a dvě sedmnáctiny těch, které zasadil, byly žluté.

Kolik zasazených tulipánů mělo jinou barvu než červenou či žlutou? (L. Hozová)

NÁVODNÉ A DOPLŇUJÍCÍ ÚLOHY

N1. Mach řekl Maxovi: „Dnes jsme společně zasadili 20 stromů.“

Max na to: „A já jsem jich zasadil přesně třetinu.“

Mohli mít oba chlapci pravdu?

N2. Polovina jablek v košíku bylo červených, dvě třetiny jablek v košíku bylo červivých. Kolik nejméně jablek bylo v košíku?

N3. Selma měla o tři rubíny méně než Telma. Telma měla třikrát méně rubínů než Velma. Kolik mohly mít Selma, Telma a Velma dohromady rubínů, jestliže jich bylo méně než 30?

N4. Rozhodněte o pravdivosti následujících tvrzení, v nepravdivých případech navrhněte nápravu:

- a) Když Ola sní čtvrtinu jablek z košíku a Iva sní polovinu jablek z téhož košíku, pak v košíku zbudou tři osminy jablek.
- b) Když si Ola vezme polovinu rubínů z trezoru a Iva si vezme čtvrtinu zbylých rubínů, pak v trezoru zbude čtvrtina rubínů.
- c) Když si Ola vybere čtvrtinu filmů z nabídky kina a Iva si vybere čtvrtinu filmů z téže nabídky, pak si dohromady vyberou polovinu filmů.

D1. Selka přinesla na trh vejce. Prvnímu zákazníkovi prodala polovinu všech a jedno vejce, druhému zákazníkovi prodala polovinu zbytku a jedno vejce, třetímu zákazníkovi prodala polovinu nového zbytku a jedno vejce a zůstalo jí ještě 10 vajec. Kolik jich přinesla na trh?

Z6–I–5

Tři kamarádky se po letech sešly a sdělovaly si, kde která z nich bydlí:

První: „Já bydlím v Hradci Králové.“

Druhá: „Já nebydlím v Opavě.“

Třetí druhá: „Ty nebydlíš ani v Jihlavě.“

Kamarádky opravdu bydlí ve zmiňovaných městech, každá v jiném. Jedna z kamarádek neřekla ostatním pravdu a nebyla to ta z Opavy.

Rozhodněte, kde která z kamarádek bydlí. (M. Petrová)

NÁVODNÉ A DOPLŇUJÍCÍ ÚLOHY

N1. Dlouhý, Široký a Bystrozraký dostali tři mince: zlatou, stříbrnou a bronzovou. Kolika způsoby si je mohli rozdělit, aby každý měl jednu? Všechny možnosti přehledně vypište.

N2. Petr a Pavel měli dohromady tři ananasy. Žádný ananas nedělili na části.

Petr řekl: „Já mám stejně ananasů jako ty.“

Pavel řekl: „Já nemám víc ananasů než ty.“

Kolik ananasů mohl mít každý z kluků, jestliže:

- lhal právě jeden z nich,
- lhal oba kluci?

N3. Každý Marťan je buď lhář, nebo poctivec. Lháři vždy lžou, kdežto poctivci vždy mluví pravdu. Dva Marťané se sešli v kráteru a jeden řekl:

„Já jsem lhář a ty jsi poctivec.“

Co byli tito Marťané zač?

N4. Sešli se tři Merkuřané, z nichž každý byl buď lhář, nebo poctivec. Lháři vždy lžou, poctivci vždy mluví pravdu.

První Merkuřan řekl: „Každý z nás tří je lhář.“

Druhý Merkuřan řekl: „Právě jeden z nás tří je poctivec.“

Kdo z této trojice byl lhář a kdo poctivec?

D1. Máme tři krabice s víky:

První víko je označeno ČČ a v krabici jsou dvě černé koule.

Druhé víko je označeno BB a v krabici jsou dvě bílé koule.

Třetí víko je označeno ČB a v krabici je černá a bílá koule.

Víka byla zpřeházela tak, že žádné nepopisuje správně obsah krabice. Máme za úkol jedno víko nadzvednout, vzít poslepu jednu kouli z krabice, podívat se na ni a podle ní určit barvy koulí ve všech krabicích. Jak to lze provést?

Z6–I–6

Ve čtvercové síti bydlí tři kruhy a tři trojúhelníky, každý v jiném poli. Každý tvar má alespoň jednoho souseda, přičemž sousedé obývají pole se společnou stranou. Obydlená pole tvoří souvislou oblast, tedy od každého ke každému se lze dostat přes sousedy. Každou noc se každý tvar může změnit podle toho, jak přes den vypadali jeho sousedé:

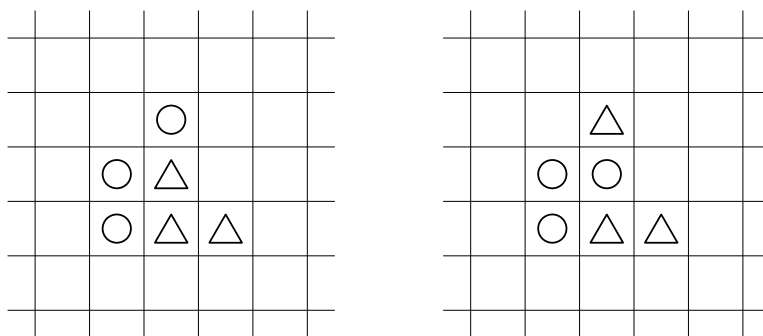
- pokud je tvar kruhem a mezi jeho sousedy bylo víc trojúhelníků než kruhů, tak se tvar změní na trojúhelník,*

- pokud je tvar trojúhelníkem a mezi jeho sousedy bylo víc kruhů než trojúhelníků, tak se tvar změní na kruh,
- v ostatních případech se tvar nezmění.

Příklad obydlené čtvercové sítě a proměny po jedné noci je na obrázku níže.

- Rozmístěte tvary tak, aby se v noci neměnily.
- Rozmístěte tvary tak, aby se každý tvar každou noc změnil.
- Rozmístěte tvary tak, aby po několika nocích byly všechny tvary stejné.

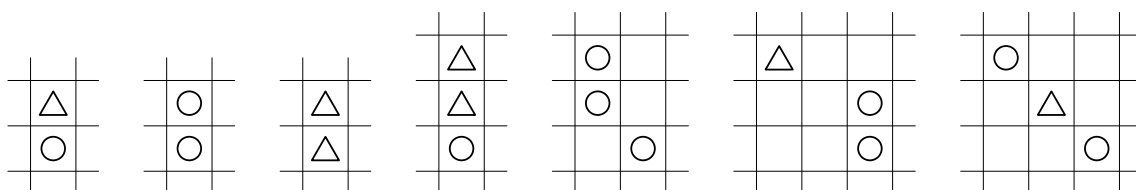
(I. Jančigová)



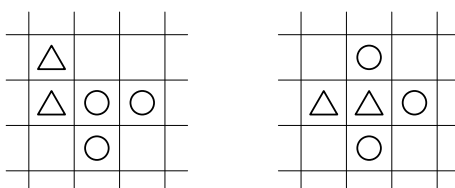
NÁVODNÉ A DOPLŇUJÍCÍ ÚLOHY

V následujících úlohách se *vesnicemi* rozumí souvislé skupiny trojúhelníků nebo koleček jako v soutěžní úloze, avšak s libovolnými počty tvarů.

N1. Mohou vesnice vypadat následovně? Pokud ano, jak budou vypadat další den?



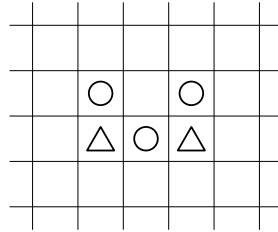
N2. Pro následující dvě vesnice určete, jak budou vypadat v příštích třech dnech:



N3. Kolik susedů musí být trojúhelníků, aby se kruh v noci

- a) jistě stal trojúhelníkem,
- b) mohl stát trojúhelníkem?

N4. Do následující vesnice doplňte jeden trojúhelník tak, aby další den převažovaly trojúhelníky. Najděte alespoň jedno řešení.



Návodné a doplňující úlohy pro kategorii Z7

Z7–I–1

Andulka a Zuzana pojídaly švestky. První den snědla Andulka tři čtvrtiny toho, co týž den snědla Zuzana. Druhý den snědla Zuzana tři poloviny toho, co týž den snědla Andulka. Dohromady za oba dny snědly 31 švestek a každé děvče každý den snědlo celý počet švestek.

Kolik švestek snědla za oba dny Andulka? (L. Hozová)

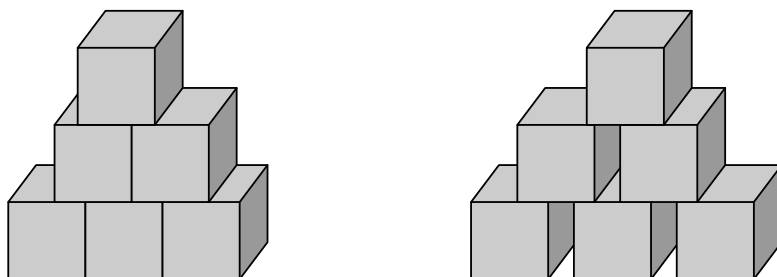
NÁVODNÉ A DOPLŇUJÍCÍ ÚLOHY

- N1. Tonda se účastnil běžeckého závodu, v němž startovalo 15 závodníků. Po vyhlášení výsledků zjistil, že jeho startovní číslo je třemi polovinami čísla určujícího jeho pořadí v závodě. Kolikátý mohl Tonda doběhnout? Určete všechny možnosti.
- N2. Pejsek a kočička o víkendu zavařovali meruňky. V sobotu pejsek zavařoval o čtvrt hodiny déle než kočička. V neděli kočička zavařovala o šestinu času déle než pejsek. Za celý víkend zavařovala kočička o pět minut déle než pejsek. Jak dlouho v neděli zavařoval pejsek?
- N3. Patrik si dovezl z prázdnin od babičky košík švestek. V úterý snědl o čtvrtinu více švestek než v pondělí, ve středu dvě třetiny toho co v úterý, ve čtvrtek o 8 švestek méně než ve středu a v pátek pětkrát tolik co ve čtvrtek, což bylo stejně jako ve středu. Kolik švestek dohromady snědl?
- N4. Marta a Nikola vyráběly během letních prázdnin náramky pro kamarádky. Marta v srpnu vyrobila o tři čtvrtiny náramků více než v červenci. Nikola v srpnu vyrobila o třetinu náramků méně než v červenci. Kolik náramků mohly dohromady během prázdnin vyrobit? Určete dvě nejmenší hodnoty.

Z7–I–2

Mikuláš postavil pyramidu ze šesti stejných krychlí s hranami délky 7 cm. Spodní patro tvořily tři krychle, prostřední patro dvě krychle a horní patro jedna krychle. Sousední krychle v každém patře měly společnou stěnu, patra navzájem nepřechývala. Vítězslav posunul krychle tak, že každá krychle v horních dvou patrech stála na dvou spodnějších krychlích a mezi sousedními krychlemi ve spodních dvou patrech byly mezery široké třetinu hrany krychle. Až na tyto mezery patra navzájem nepřechývala.

O kolik cm^2 se liší povrchy původní a upravené pyramidy? (V. Dedek)

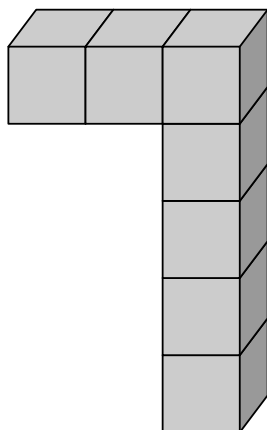


NÁVODNÉ A DOPLŇUJÍCÍ ÚLOHY

- N1. Stavba ze shodných krychlí musí splňovat, že každá z krychlí se dotýká alespoň jedné jiné krychle a že dotýkající se krychle mají společnou celou stěnu. Najděte způsob, jak z devíti krychlí s hranami délky 1 cm vytvořit stavbu, která má povrch:

- a) 30 cm^2 ,
- b) 38 cm^2 ,
- c) 28 cm^2 .

- N2. Jonáš si hraje se třemi krychlemi s hranami délky 4 cm. Chce z nich postavit stavbu, která bude mít co největší povrch a přitom se každá z krychlí dotýká alespoň jedné další krychle nejméně čtvrtinou jedné své stěny. Jak může výsledná stavba vypadat a jaký bude mít povrch?
- N3. Anička vytvořila bráškově k sedmým narozeninám přání ze sedmi shodných krychlí ve tvaru číslice sedm. Sousední krychle k sobě slepila celými stěnami, výsledný útvar nalepila na karton a dostupné stěny krychlí nabarvila na modro. Bráškově se přání líbilo, a tak Anička zvažovala, že mu obdobné vytvoří i za rok, k čemuž bude potřebovat o šest krychlí více než nyní. O kolik více stěn bude muset nabarvit?



- D1. Řešte soutěžní úlohu pro pyramidy s jinými počty kostek a pater (např. pro 10 kostek ve 4 patrech či 15 kostek v 5 patrech).

Z7–I–3

Pankrác, Servác a Bonifác se ubytovali v hotelu. Čísla pokojů byla trojmístná a číslice na místě stovek určovala patro, na kterém se pokoj nacházel. U snídani si podle přívěsků na klíčkách od pokojů všimli, že:

- *v číslech jejich pokojů jsou použity všechny číslice od 1 do 9,*
- *Pankrácovo číslo je dělitelné devíti, Servácovo číslo je dělitelné osmi, Bonifácovo číslo je dělitelné sedmi,*
- *Bonifácovo číslo je čtyřikrát větší než Pankrácovo číslo,*
- *Servác bydlí na patře mezi Pankrácem a Bonifácem.*

Určete čísla pokojů Pankráce, Serváce a Bonifáce.

(L. Hozová, E. Novotná)

NÁVODNÉ A DOPLŇUJÍCÍ ÚLOHY

- N1. Najděte všechna dvojmístná čísla, která po vynásobení šesti dávají dvojmístný výsledek, přičemž původní číslo a výsledek tvoří čtyři různé číslice.
- N2. Najděte všechna trojmístná čísla, která po vynásobení osmi dávají trojmístný výsledek, přičemž původní číslo a výsledek tvoří šest různých číslic.
- N3. Jirka si nemohl vzpomenout na kód k zámku od kola. Věděl jen, že jeho kód je čtyřmístný, číslice v kódu jsou uspořádány sestupně a celý kód je dělitelný 25. Určete všechny možné kódy, které by měl Jirka vyzkoušet.

D1. Julča, Klára a Maruška šly do bazénu. Čísla jejich skříněk splňovala:

- všechna tři čísla byla dvojmístná,
- žádná číslice se v těchto číslech neopakovala,
- Julčino a Klářino číslo byla prvočísla,
- Maruščino číslo bylo trojnásobkem Julčina čísla,
- Klářino číslo bylo větší než Julčino a menší než Maruščino číslo.

Jaká mohla být čísla skříněk? Určete všechny možnosti.

Z7–I–4

V jedné z pěti nádob očíslovaných 1, 2, 3, 4, 5 je mince. Doprovodné nápisy oznamují:

„Mince je v nádobě s lichým číslem.“

„Mince je v nádobě s číslem větším než 3.“

„Mince je v nádobě s číslem menším než 4.“

Pravdomluvný hlídač s bezchybným úsudkem dodává:

„Jeden z nápisů není pravdivý, zbylé dva pravdivé jsou. Přestože vím, který nápis pravdivý není, neumím určit, ve které nádobě je mince.“

Rozhodněte, který z nápisů není pravdivý.

(K. Pazourek)

NÁVODNÉ A DOPLŇUJÍCÍ ÚLOHY

N1. V tajemné hale jsou modré, zelené a červené dveře. Pouze dvoje z těchto dveří vedou ven, za třetími se skrývá hladový tygr. Na dveřích jsou následující nápisy:

Modré: „Tygr není za těmito dveřmi.“

Zelené: „Tygr není za modrými dveřmi.“

Červené: „Tygr není za těmito dveřmi.“

Strážný chtěl být nápomocný a po pravdě prozradil, že dva nápisy jsou pravdivé a jeden je nepravdivý. Za kterými dveřmi se skrývá tygr?

N2. Jarce bylo více než 10 a méně než 15 let. Když se jí někdo zeptal na její věk, odpovídala v hádankách. Jednou řekla: „Můj věk je dělitelný třemi, není prvočíselný a není sudý.“ Jedna z těchto informací nebyla pravdivá, zbylé dvě byly pravdivé. Kolik let bylo Jarce?

N3. V osadě žili mafiáni a normální lidé. Mafiáni měli ve zvyku vždy lhát, normální lidé vždy mluvili pravdu. Při návštěvě této osady potkal turista tři místní, Adama, Bořka a Cyrila. Zeptal se Adama, zda je mafián, ale ten jen něco zabrblal pod vousy, nebylo mu vůbec rozumět. Bořek řekl: „Adam povídal, že je mafián“. Na to Cyril dodal: „Bořkovi se nedá věřit, vždyť je to sám mafián!“ Je Adam mafián, nebo není?

D1. V kouzelné zahradě žije Alenka spolu se psem, kočkou a kozou. Jednou Alenka upekla dort, dala ho na zahradu vychladnout, ale když se vrátila, byl dort sněden. Alenka začala situaci vyšetřovat a každé ze zvířat jí řeklo své:

Pes: „Já jsem jediným pánem celé zahrady a dort jsem nesnědl.“

Kočka: „Já jsem jediným pánem celé zahrady a pes dort nesnědl.“

Koza: „Já jsem dort nesnědla, snědl ho pes.“

Alenka věděla, že každé ze zvířat mělo alespoň částečně pravdu. Kdo tedy snědl dort?

Z7–I–5

Je dán trojúhelník ABC s délkami stran $|AB| = 6$ cm, $|BC| = 8$ cm a $|AC| = 12$ cm.

Sestrojte půlkružnici, jejíž krajní body leží na straně AC a která se dotýká stran AB a BC .
(K. Pazourek)

NÁVODNÉ A DOPLŇUJÍCÍ ÚLOHY

- N1. Sestrojte kružnici opsanou a kružnici vepsanou čtverci se stranou délky 5 cm.
- N2. K trojúhelníku ze zadání soutěžní úlohy sestrojte kružnici opsanou a kružnici vepsanou.
- N3. Je dán rovnostranný trojúhelník ABC . Sestrojte půlkružnici, jejíž krajní body leží na straně AC a která se dotýká stran AB a BC .
- D1. V trojúhelníku ABC se stranami $|AB| = 6$ cm a $|BC| = 10$ cm se má sestrojit půlkružnice, jejíž krajní body jsou vnitřními body strany AC a která se dotýká zbylých dvou stran. Udejte příklady trojúhelníků ABC , po něž úloha nemá řešení.

Z7–I–6

Káťa a Škubánek smaží každý na své pánvičce jednu palačinku za druhou. Oba začali smažit současně, Kátě trvá každá palačinka tři minuty, Škubánkovi trvá každá palačinka čtyři minuty. Každých pět minut od začátku smažení se objeví mlsný kocour Luciáš. Pokud se Káťa i Škubánek věnují smažení, tak jim jednu hotovou palačinku ukradne, pokud zrovna přendávají palačinku z pánvičky na talíř, tak se schová a palačinky nechá být.

Kolik palačinek musí Káťa se Škubánkem usmažit, aby jim zbylo 150? Jak dlouho jim to bude trvat?
(M. Petrová)

NÁVODNÉ A DOPLŇUJÍCÍ ÚLOHY

- N1. Při výletu na jezeře Jindra pravidelně střídal veslování s odpočinkem. Vždy 2 minuty vesloval, přičemž uplul 60 metrů, a následně minutu odpočíval, přičemž ho vítr vrátil o 4 metry zpět. Za jak dlouho takto dovesloval na konec jezera vzdálený 225 metrů?
- N2. Ája koupila pytel granulí pro své dva pejsky, Štaflíka a Špagetku. Granule dává pejskům do stejných misek a zakoupený pytel vystačí na 50 takových misek. Štaflík sní 3 misky granulí za dva dny, Špagetka sní 4 misky za tři dny. Jak dlouho jim granule vydrží?
- N3. Uvažte zadání soutěžní bez Škubánka, tedy jen Káťa smaží a Luciáš krade. Kolik palačinek musí Káťa usmažit, aby jich zbylo 20, a jak dlouho jí to bude trvat?
- D1. Na stadionu běhají Andrea, Bětka a Cilka. Andrea je nejrychlejší a jeden okruh uběhne za 3 minuty, Bětce jeden okruh trvá 4 minuty a Cilce 5 minut. David dívky vyfotil při startu a pak pokaždé, když se na startovní čáře potkaly všechny tři. Pokaždé, když se na startovní čáře potkaly dvě z dívek, vyfotil si je Emil. Kolik okruhů uběhla Bětka ve chvíli, kdy chlapeci dohromady nafotili 12 fotografií?

Návodné a doplňující úlohy pro kategorii Z8

Z8–I–1

Ivan, Jarek, Kája a Luboš mají dohromady 90 známek. Kdyby měl Ivan o dvě známky méně, Jarek o dvě více, Kája dvojnásobek a Luboš polovinu toho, co nyní, měli by všichni stejně.

Kolik známek má každý z chlapců? (L. Hozová)

NÁVODNÉ A DOPLŇUJÍCÍ ÚLOHY

- N1. Alice, Božena a Daniela sbírají mušle, dohromady jich mají 34. Kdyby měla Alice o dvě méně, Božena o tři více a Daniela o třetinu méně toho, co nyní, měly by všechny stejně. Kolik mušlí má každá z dívek?
- N2. Při oslavě 39. narozenin paní Záhádové se jí kamarádka zeptala na věk jejích tří dětí. Paní Záhádová odpověděla: „Když sečtu věk nejstaršího s polovinou věku nejmladšího a čtvrtinou věku prostředního, dostanu třetinu věku svého.“ Kolik let mohlo být jejím dětem? Uveďte všechny možnosti.
- N3. Sourozenci Adam a Eva chodí na základní školu, Adam je o dva roky mladší než Eva. Když k trojnásobku Evina věku přičetli 5 a výsledek vydělili věkem Adama, vyšlo jim stejné číslo jako počet babiččinych koček. Kolik koček měla babička?
- D1. Kamarádi Jarda, Přemek a Robin hráli kuličky. Jardovi se moc nedařilo, takže po hře měl nejméně kuliček ze všech. Klukům to bylo líto, proto dal Robin Jardovi polovinu všech svých kuliček a Přemek třetinu svých. Teď měl nejvíce kuliček Jarda, a tak svým kamarádům vrátil po sedmi kuličkách. Po těchto výměnách měli všichni stejně, a to 25 kuliček. Kolik kuliček měl po hře (před výměnami) Jarda?

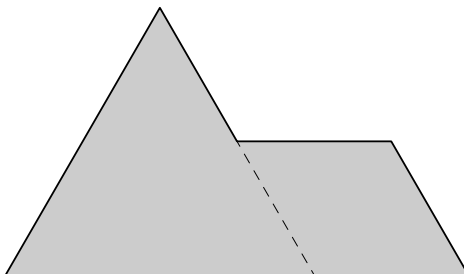
Z8–I–2

Sestrojte rovnoramenný trojúhelník se základnou délkou 12 cm a výškou k základně velikosti 18 cm. Rozdělte trojúhelník na tři lichoběžníky o stejném obsahu. (L. Dedková)

NÁVODNÉ A DOPLŇUJÍCÍ ÚLOHY

- N1. Trojúhelník ze soutěžní úlohy rozdělte na čtyři shodné trojúhelníky. Zobecněte svoje řešení pro jiné počty trojúhelníků.
- N2. Trojúhelník ze soutěžní úlohy rozdělte na čtyři trojúhelníky, které nejsou shodné, ale mají shodný obsah. Zobecněte svoje řešení pro jiné počty trojúhelníků.
- N3. Rozdělte pravidelný šestiúhelník na tři shodné kosočtverce.

- D1. Klára měla čtyři shodné dílky z tvrdého papíru, které jí připomínaly sfingu. Každý dílek byl slepen z rovnostranného trojúhelníku se stranou délky 6 cm a kosočtverce se stranou délky 3 cm. Klára tyto čtyři dílky přikládala k sobě, až se jí povedlo složit podobný, ovšem větší tvar sfingy. Nakreslete, jak to mohla udělat. (Dílky se nepřekrývaly, nebyly nijak ohnuté, avšak mohly být překlopené spodní stěnou nahoru.)



Z8–I–3

Pro čísla a , b , c , d platí:

- číslo a dává po dělení třemi zbytek 1,
- číslo b dává po dělení šesti zbytek 2,
- $a - b = d - c$,
- číslo d je dělitelné třemi.

Jaký zbytek po dělení devíti může dávat číslo c ? Najděte všechny možnosti.

(E. Semerádová)

NÁVODNÉ A DOPLŇUJÍCÍ ÚLOHY

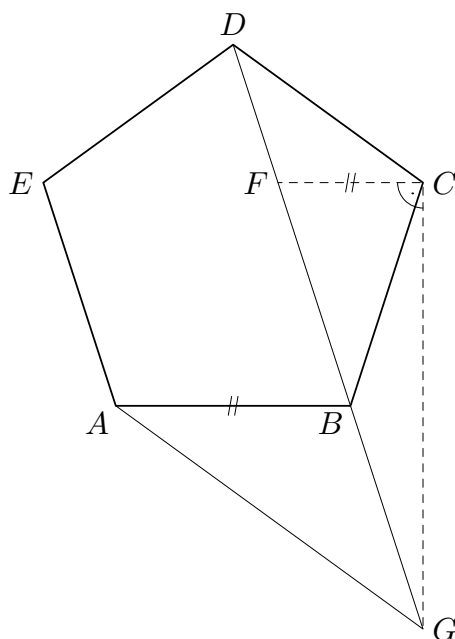
- N1. Najděte všechna přirozená čísla menší než 30, která po dělení třemi dávají zbytek 2. Jaké zbytky dávají tato čísla po dělení šesti? A jaké po dělení devíti?
- N2. Jsou dána čísla $a = 2024$ a $b = 111$. Jaké zbytky po dělení třemi, čtyřmi a pěti dávají čísla a , b , jejich součet $a + b$ a rozdíl $a - b$?
- N3. Moje oblíbené číslo je součtem čísla, které po dělení čtyřmi dává zbytek 1, a čísla, které po dělení osmi dává zbytek 3. Jaké zbytky mohou vyjít po dělení mého oblíbeného čísla osmi?
- D1. Najděte všechna dvojmístná čísla, která jsou dělitelná čtyřmi, po dělení šesti dávají zbytek 2 a po dělení pěti dávají zbytek 3.
- D2. Jaký zbytek po dělení třemi dává součet prvních 2024 přirozených čísel?

Z8–I–4

Je dán pravidelný pětiúhelník $ABCDE$. Rovnoběžka s přímkou AB procházející bodem C protíná přímkou BD v bodě F . Kolmice k přímce CF procházející bodem C protíná přímkou BD v bodě G .

Určete velikost úhlu AGF .

(P. Bak)



NÁVODNÉ A DOPLŇUJÍCÍ ÚLOHY

- N1. V pravidelném pětiúhelníku $ABCDE$ je bod P průsečíkem přímek AC a BE . Určete velikost úhlu EPC .
- N2. V pravidelném šestiúhelníku $ABCDEF$ je bod Q průsečíkem přímek FD a AE . Určete velikost úhlu AQD .
- N3. V pravidelném šestiúhelníku $ABCDEF$ je bod R průsečíkem přímek FA a BD . Určete velikosti úhlů ARB a RBC .
- D1. V pravidelném 180-úhelníku $A_1A_2 \dots A_{180}$ je bod V průsečíkem přímek A_1A_3 a A_2A_4 . Určete velikosti úhlů $A_1A_3A_2$ a A_1VA_4 .

Z8–I–5

Podíl nejmenšího společného násobku a největšího společného dělitele čísel a a b je 75. Součet čísel a a b je větší než 100 a menší než 200.

Určete všechny možné dvojice čísel a a b s uvedenými vlastnostmi. (E. Semerádová)

NÁVODNÉ A DOPLŇUJÍCÍ ÚLOHY

- N1. Určete všechny dvojice jednomístných čísel, které mají jednomístný nejmenší společný násobek.
- N2. Určete všechny dvojice čísel, pro které je součin jejich nejmenšího společného násobku a největšího společného dělitele roven 75.
- N3. Pro čísla $a = 60$, $b = 48$ určete jejich největší společný dělitel D , nejmenší společný násobek N a ověřte, že platí $a \cdot b = D \cdot N$. Rozhodněte, zda obdobný vztah platí pro libovolná čísla a , b .
- N4. Podíl nejmenšího společného násobku a největšího společného dělitele čísel a a b je 6. Součet čísel a a b je menší než 20. Určete všechny možné dvojice čísel a a b s uvedenými vlastnostmi.
- D1. Podíl nejmenšího společného násobku a největšího společného dělitele navzájem různých čísel a , b a c je 30. Součet každých dvou čísel z této trojice je větší než 10 a menší než 30. Určete všechny možné trojice čísel a , b , c s uvedenými vlastnostmi.

Z8–I–6

Rybář Štika chytil několik ryb. Když prodal tři nejtlustší ryby majiteli místní restaurace, snížil celkovou hmotnost svého úlovku o 35 %. Když dal tři nejhubenější ryby svému psovi, snížil hmotnost zbývajících ulovených ryb o pět třináctin.

Kolik ryb chytil pan Štika?

(L. Hozová)

NÁVODNÉ A DOPLŇUJÍCÍ ÚLOHY

- N1. Rybář Kapr choval ve svém rybníku cejny. Na jaře přikoupil polovinu množství cejnů, které v rybníku měl, a k tomu dostal 20 cejnů od majitele vedlejšího rybníku. Na podzim po výlovu zůstalo v rybníce 182 cejnů, což bylo o 30 procent cejnů méně než po jarním navýšení chovu. Kolik cejnů měl pan Kapr na začátku?
- N2. Štika prohání a pojídá ryby v rybníce. V úterý a ve středu snědla o čtvrtinu více ryb než předchozí den, ve čtvrtek a v pátek snědla o 20 % více ryb než předchozí den a v pátek snědla 36 ryb. Kolik ryb snědla štika v pondělí? Který den měla snědeno právě polovinu všech ryb, které spořádala od pondělí do pátku?
- N3. Rybář Cejn ulovil 15 ryb a vzal je všechny na trh. Každá z těchto ryb vážila alespoň 500 gramů, ale žádná nevážila více než 3 kilogramy. Během dne si lidé kupovali velké ryby a večer šel rybář domů s nejmenšími kousky ze svého úlovku. Dohromady neprodané ryby vážily pětinu toho, co ranní úlovek. Kolik nejméně a kolik nejvíce ryb pan Cejn prodal?
- D1. Do prodejny vína se v noci vloupal kocour. Vyskočil na polici, na níž byly v dlouhé řadě vyrovnány lahve s vínem. První třetina lahví zkraje stála po 160 Kč, následující třetina lahví stála po 130 Kč a poslední třetina po 100 Kč. Nejprve kocour shodil na zem lahev za 160 Kč, která stála úplně na začátku řady. Pak postupoval dále a shazoval bez vynechání jednu lahev za druhou. Než ho to přestalo bavit, srazil 25 lahví a ty se všechny rozbily. Ráno majitel zalitoval, že kocour nezačal se svým řáděním na druhém okraji police. I kdyby totiž rozbil stejný počet lahví, byla by škoda o 660 Kč menší. Kolik lahví bylo původně na polici?

Návodné a doplňující úlohy pro kategorii Z9

Z9–I–1

Najděte všechny dvojice celých čísel x a y takových, že $x + y$ je prvočíslo a $3x + 5y$ je 16. (P. Bak)

NÁVODNÉ A DOPLŇUJÍCÍ ÚLOHY

V řešeních lze s výhodou použít následující charakterizaci dělitelnosti přirozených čísel: Číslo d dělí číslo a , právě když pro nějaké přirozené číslo k platí $a = k \cdot d$.

N1. Dokažte, že pro libovolná přirozená čísla a , b , d platí:

- a) Jestliže číslo d dělí obě čísla a , b , pak d dělí také součet $a + b$ a rozdíl $a - b$.
- b) Jestliže číslo d dělí obě čísla a , b , pak d dělí také číslo $11a + 13b$.

N2. Rozhodněte, zda platí toto tvrzení:

Pokud a a $2a + 3b$ jsou čísla dělitelná pěti, pak také číslo b je dělitelné pěti.

N3. Najděte všechna prvočísla p , pro která platí, že $\frac{p}{2} + 2p$ je prvočíslo.

D1. Při dělení čísla a číslem 53 dostaneme zbytek 3 a při dělení čísla b číslem 53 dostaneme zbytek 2. Jaký zbytek dostaneme po dělení čísla $4a + 5b$ číslem 53?

D2. Pro obecné přirozené číslo k uvažte součet po sobě jdoucích čísel

$$S = 1 + 2 + 3 + \dots + (6k + 3) + (6k + 4) + (6k + 5).$$

Rozhodněte, pro která k je tento součet dělitelný dvěma, třemi, čtyřmi, pěti, resp. šesti.

Z9–I–2

Pravidelný čtyřboký hranol má objem 864 cm^3 a obsah jeho pláště je dvojnásobkem obsahu podstavy.

Určete velikost tělesové úhlopříčky hranolu. (V. Dedek)

NÁVODNÉ A DOPLŇUJÍCÍ ÚLOHY

N1. Pravidelný čtyřboký hranol má podstavnou hranu dlouhou $a = 3 \text{ cm}$ a výšku $v = 5 \text{ cm}$. Vypočítejte objem hranolu a obsah jeho pláště.

N2. Určete velikost úhlopříčky obdélníku se stranami délek 4 cm a 9 cm .

N3. Pravidelný čtyřboký hranol má tělesovou úhlopříčku délky $\sqrt{86} \text{ cm}$ a výšku 6 cm . Určete objem hranolu.

D1. Je dán kvádr s hranami délek a , b , c a trojúhelník určený jeho stěnovými úhlopříčkami. Pomocí a , b , c vyjádřete velikosti stran trojúhelníku a výpočtem ukažte, že trojúhelník není pravoúhlý.

D2. Kolik stěnových a kolik tělesových úhlopříček má pravidelný n -boký hranol?

Z9–I–3

Množinu $\{1, 2, 3, 4, \dots, n\}$ sestávající z prvních n přirozených čísel máme za úkol rozdělit do pěti neprázdných podmnožin tak, aby čísla v každé podmnožině byla po dvou nesoudělná.

Najděte největší možné n , pro které to je možné. (T. Bárta)

NÁVODNÉ A DOPLŇUJÍCÍ ÚLOHY

Množinou se myslí skupina neopakujících se objektů (čísel, lidí, věcí atd.), kterým se říká *prvky*. Množina je charakterizována právě svými prvky, není podstatné jejich uspořádání či jiná struktura. *Podmnožinou* množiny je libovolná množina obsahující některé (nebo i všechny) prvky dané množiny, ale žádné jiné. *Neprázdná* množina obsahuje alespoň jeden prvek, množina neobsahující žádný prvek se nazývá *prázdná*.

- N1. Devítiprvková množina byla rozdělena do šesti neprázdných podmnožin. Kolik nejvíce prvků může mít největší z těchto podmnožin?
- N2. Vypište všechny dvouprvkové množiny tvořené nesoudělnými děliteli čísla 24.
- N3. Kolik nejméně množin je potřeba k rozdělení všech dělitelů čísla 100 tak, aby čísla v každé množině byla po dvou nesoudělná?
- N4. Která přirozená čísla mají pouze nesoudělné dvojice dělitelů?
- D1. Zdůvodněte: Jestliže dané číslo má nějakého sudého dělitele, pak alespoň polovina všech jeho dělitelů je sudých.

Z9–I–4

Rozhodněte, zda je možné k číslu s ciferným součtem 2024 přičíst jednomístné číslo tak, aby výsledné číslo mělo ciferný součet 74. (T. Bárta)

NÁVODNÉ A DOPLŇUJÍCÍ ÚLOHY

- N1. Jaký může být nejmenší a jaký největší ciferný součet přirozeného čísla, které má a) 2 číslice; b) 3 číslice; c) n číslic?
- N2. Přičtěte k číslu 74 jednomístné číslo tak, aby ciferný součet výsledného čísla byl:
- a) menší než ciferný součet čísla 74,
b) stejný jako ciferný součet čísla 74?

Najděte všechny možnosti.

- N3. Popište všechna trojmístná čísla, jejichž ciferný součet se po přičtení 1 zmenší. Určete možné rozdíly ciferných součtů.
- D1. Odhalte pravidlo v zápise následujícího příkladu a určete ciferný součet výsledného čísla:

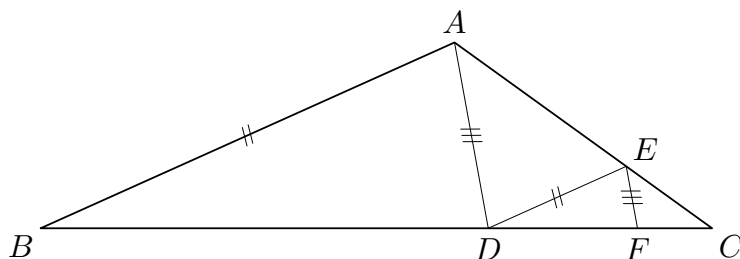
$$(989 + 111) + (98789 + 11211) + (9876789 + 1123211) + \dots \\ \dots + (9876543210123456789 + 1123456789876543211).$$

- D2. Jana si vymyslela 2022místné číslo a jeho ciferný součet pošeptala Petrovi. Petr vypočítal ciferný součet čísla, které mu sdělila Jana, a výsledek pošeptal Zuzce. Zuzka též vypočítala ciferný součet čísla, které dostala od Petra, a výsledek, jímž bylo dvojmístné číslo, pošeptala Adamovi. Adam provedl totéž s číslem od Zuzky a vyšel mu ciferný součet 1. Která čísla mohl šeptat Petr Zuzce? Určete všechny možnosti.

Z9–I–5

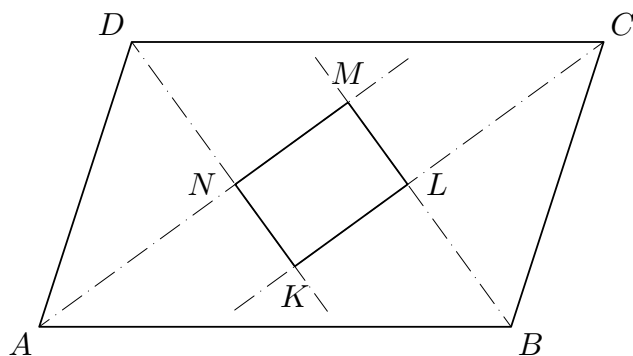
V trojúhelníku ABC je strana AB dvakrát delší než strana AC . Osa úhlu BAC protíná stranu BC v bodě D . Rovnoběžka se stranou AB procházející bodem D protíná stranu AC v bodě E . Rovnoběžka s úsečkou AD procházející bodem E protíná stranu BC v bodě F .

Určete poměr úseček AD a EF . (M. Dományová)



NÁVODNÉ A DOPLŇUJÍCÍ ÚLOHY

- N1. Je dán rovnoramenný lichoběžník $ABCD$ se základnami AB a CD . Bod E je průsečíkem strany AB s osou úhlu BCD . Velikost vnitřního úhlu při vrcholu A je 25° . Vypočítejte velikosti vnitřních úhlů čtyřúhelníku $AECD$.
- N2. Je dán rovnoramenný trojúhelník ABC se základnou AB , kde $|AB| = 4$ cm a $|AC| = 7$ cm. Kružnice se středem A procházející bodem B protíná stranu AC v bodě D . Kružnice se středem C procházející bodem D protíná stranu BC v bodě E . Určete obvod trojúhelníku DEC .
- N3. V trojúhelníku ABC jsou na straně AB body K, M , na straně BC je bod L a platí: $AC \parallel KL$, $CK \parallel LM$, $|AC| = 5$ cm, $|CK| = 4$ cm, $|KL| = 3$ cm. Určete délku úsečky LM .
- D1. Osy vnitřních úhlů kosodélníku $ABCD$ omezuji čtyřúhelník $KLMN$. Pomocí vnitřních úhlů kosodélníku $ABCD$ vyjádřete velikosti vnitřních úhlů čtyřúhelníku $KLMN$.



- D2. V trojúhelníku ABC protíná osa úhlu BAC stranu BC v bodě D a osa úhlu ADC protíná stranu AC v bodě E . Dále platí, že trojúhelníky ABD a DCE jsou podobné a strana AB měří 10 cm. Určete obvod trojúhelníku ABC .

Z9–I–6

Plavci Pstruh a Pulec chtěli změřit své síly. Z protilehlých stran bazénu skočili současně do sousedních drah a plavali proti sobě, každý svojí konstantní rychlostí. Poprvé se plavci minuli ve vzdálenosti osm metrů od Pstruhovy startovní strany, na konci dráhy se hbitě otočili a plavali nazpět. Podruhé se plavci minuli ve vzdálenosti pět metrů od Pulcovy startovní strany, doplávali na konec dráhy, a tím závod skončil.

Určete, kdo vyhrál a jaká byla délka bazénu.

(L. Hozová)

NÁVODNÉ A DOPLŇUJÍCÍ ÚLOHY

- N1. Králíci Pečínka, Fašírka, Řízek a Guláš soutěžili ve skoku do dálky. Pečínka skočila o 15 cm dál než Fašírka, která skočila o 2 dm méně než Guláš. Řízek skočil 2 730 mm, tedy o 1 m a 1 dm dál než Pečínka. Určete a znázorněte délky skoků všech králíků a jejich výsledné pořadí.
- N2. Mohl být bazén ze soutěžní úlohy dlouhý 13 metrů?
- N3. Mezi dvěma zastávkami vzdálenými 2 km jezdí trolejbusy každých 5 minut, a to v obou směrech rychlostí 15 km za hodinu. Jindra šel podél trasy trolejbusu rychlostí 4 km za hodinu. Když vycházel od první zastávky, zrovna se zde míjely dva protijedoucí trolejbusy. Kolik trolejbusů Jindra cestou k druhé zastávce potkal?
- D1. Z města A do města B vyráží současně dodávka a kamion, ve stejnou chvíli proti nim z B do A vyjíždí motorka. Rychlosti dodávky, kamionu a motorky jsou po řadě 90 km/h, 40 km/h a 100 km/h. Vzdálenost měst A a B je 300 km. Za jak dlouho bude dodávka stejně vzdálena od kamionu i motorky?
- D2. Myslivec jde rychlostí 4 km/h. Když je vzdálený 1 km od myslivny, pustí psa, který běhá rychlostí 10 km/h. Pes plný radosti běží k myslivně, u myslivny se hbitě otočí a běží zpět k myslivci. U něj se opět otočí a běží k myslivně, od ní zase k myslivci a tak pořád dokola. Kolik kilometrů pes naběhá, než oba dorazí do myslivny?