

II. kolo kategorie Z5

Z5–II–1

Janka a Danka pojídaly během týdne ovoce. Janka jedla pouze hrušky anebo jablka, Danka jedla pouze třešně. Každý den snědla Janka nejvýše jeden kus ovoce a Danka tentýž den jedla podle následujícího rozpisu:

- Když Janka snědla hrušku, snědla Danka dvě třešně.
- Když Janka snědla jablko, snědla Danka tři třešně.
- Když Janka nesnědla žádné ovoce, snědla Danka šest třešní.

Od pondělí do neděle Danka snědla 19 třešní.

Kolik kterého ovoce mohla sníst za stejné období Janka? Najděte dvě možnosti.

(E. Novotná)

Možné řešení. Danka každý den jedla třešně buď po dvou, nebo po třech, nebo po šesti. Za sedm dní jich snědla celkem 19. Pomocí sedmi sčítanců 2, 3 či 6 lze číslo 19 vyjádřit (až na pořadí sčítanců) takto:

- $6 + 3 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 19$,
- $3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 2 + 2 = 19$.

V prvním případě by Danka snědla jedenkrát šest, jedenkrát tři a pětkrát dvě třešně. To znamená, že Janka by jedenkrát nesnědla žádné ovoce, jedenkrát by snědla jablko a pětkrát hrušku.

Ve druhém případě by Danka snědla pětkrát tři a dvakrát dvě třešně. To znamená, že Janka by snědla pětkrát jablko a dvakrát hrušku.

Janka od pondělí do neděle snědla buď 1 jablko a 5 hrušek, nebo 5 jablek a 2 hrušky.

Hodnocení. 3 body za dvě vyjádření součtu 19 pomocí sčítanců 2, 3 a 6; 3 body za odpovídající závěry o konzumaci Janky.

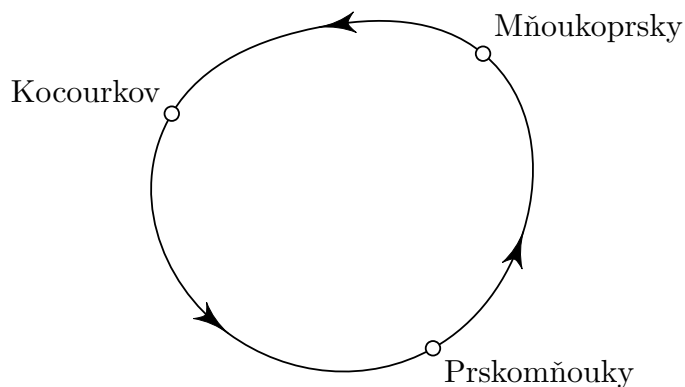
Poznámka. Uvedené případy jsou jediné možné. Úplný rozbor možností lze provést např. tak, že se nejprve určí všechna možná vyjádření čísla 19 pomocí sčítanců 2, 3 a 6 a následně se vyberou ta s právě sedmi sčítanci.

Z5–II–2

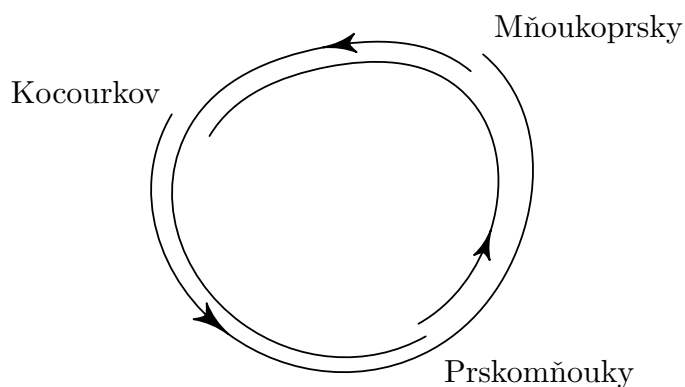
Okružní cesta spojuje tři vesnice jako na obrázku. Ve vyznačeném směru to je z Prsko-mňouk do Kocourkova 10 km, z Mňoukoprska do Prskomňouk 15 km a z Kocourkova do Mňoukoprska 16 km.

Jak dlouhá je celá okružní cesta?

(E. Semerádová)



Možné řešení. Součet popsaných vzdáleností mezi vesnicemi odpovídá dvěma délkám okružní cesty:



Součet popsaných vzdáleností je $10 + 15 + 16 = 41$ (km).

Délka okružní cesty je poloviční, tedy 20 km a 500 m.

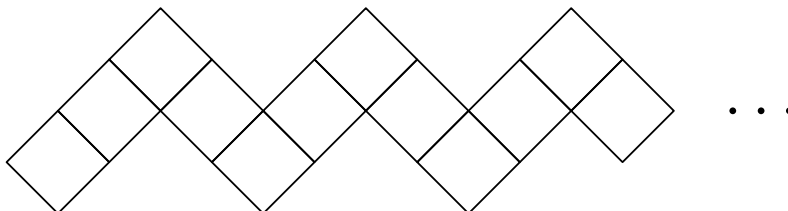
Hodnocení. 3 body za součet vzdáleností; 3 body za výsledek.

Z5–II–3

Z 2025 stejných čtverců je složen útvar podle pravidla naznačeného na obrázku. Každé dva sousední čtverce mají společnou celou stranu, a ta měří 1 cm.

Určete obvod útvaru.

(K. Pazourek)



Možné řešení. Krajní čtverce útvaru přispívají do obvodu třemi stranami, všechny ostatní čtverce přispívají dvěma stranami. Krajní čtverce jsou dva, ostatních je 2023. Obvod útvaru je

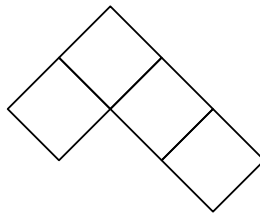
$$2 \cdot 3 + 2023 \cdot 2 = 4052 \text{ (cm)}.$$

Jiné řešení. Představme si postupné doplňování útvaru zleva doprava. Útvar sestávající z jednoho čtverce má obvod 4 cm, útvar sestávající ze dvou čtverců má obvod 6 cm, útvar sestávající ze tří čtverců má obvod 8 cm atd.

Přiložením každého čtverce se obvod útvaru zvětší o 2 cm (tři strany nového čtverce navíc, jedna společná strana méně). Obvod útvaru je

$$1 \cdot 4 + 2024 \cdot 2 = 4052 \text{ (cm)}.$$

Poznámka. Útvar si lze představit také tak, že k prvnímu čtverci je přiloženo 506 dílů následujícího tvaru ($1 + 506 \cdot 4 = 2025$):



Přiložením každého takového dílu se obvod útvaru zvětší o 8 cm (devět stran nového dílu navíc, jedna společná strana méně). Vyjádření obvodu útvaru pak vypadá takto:

$$1 \cdot 4 + 506 \cdot 8 = 4052 \text{ (cm)}.$$

Hodnocení. 3 body za dílčí pozorování; 3 body za zobecnění a výsledek.