



Příklad T–5

Je dán trojúhelník ABC takový, že $|AB| < |AC|$. Označme jako D patu výšky z A na BC . Nechť E je bod takový, že $ABEC$ je rovnoběžník. Ať M je bod uvnitř trojúhelníku ABC splňující $|MB| = |MC|$. Nechť F je obraz bodu D v osové souměrnosti podle tečny kružnice opsané trojúhelníku ADM v bodě M . Dokažte, že $|AF| = |DE|$.

Příklad T–6

Nechť ABC je ostroúhlý trojúhelník s vnitřním bodem D splňujícím $|\sphericalangle BDC| = 180^\circ - |\sphericalangle BAC|$. Přímky BD a AC se protínají v bodě E , obdobně se přímky CD a AB protínají v bodě F . Body $P \neq E$ a $Q \neq F$ leží na přímce EF tak, že platí $|BP| = |BE|$ a $|CQ| = |CF|$. Předpokládejme, že úsečky AP a AQ protínají kružnici ω opsanou trojúhelníku ABC postupně v bodech $R \neq A$ a $S \neq A$. Dokažte, že přímky RF a SE se protínají na kružnici ω .

Příklad T–7

Buď n kladné celé číslo takové, že *součet* kladných dělitelů $n^2 + n + 1$ je dělitelný třemi. Dokažte, že lze rozdělit kladné dělitele $n^2 + n + 1$ do tří množin takových, že *součin* všech prvků v každé množině je stejný.

Příklad T–8

Rozhodněte, zda následující tvrzení platí pro libovolný polynom P stupně alespoň 2 s nezápornými celočíselnými koeficienty: Existuje kladné celé číslo m takové, že pro nekonečně mnoho kladných celých čísel n má číslo $P^n(m)$ více než n různých kladných dělitelů.

Poznámka. Výraz P^n zde značí P aplikované n -krát, tedy $P^n(x) = \underbrace{P(P(\dots P(x) \dots))}_{n\text{-krát}}$.